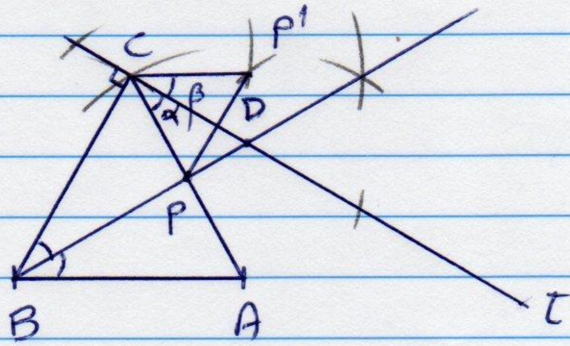
Escuela Técnica del Buceo - Examen de Geometría 2° año 12/11/09

HOJA 1

Primera prueba: Práctico

1) a)



$B\hat{C}t = 90°$ (DATO)
$B\hat{C}A = 60°$ (EQUILÁTERO) $\Rightarrow$

$\Rightarrow A\hat{C}t = 30°$ (EL MENOR)

POR LA SIMETRÍA, $P\hat{C}t = P'\hat{C}t$

ENTONCES $P\hat{C}t = P'\hat{C}t = 30°$

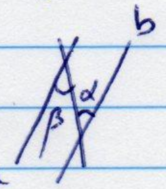
POR LO TANTO $P\hat{C}P' = 60°$

ADEMÁS $\overline{PC} = \overline{P'C}$ POR LA SIMETRÍA $\Rightarrow \overset{\triangle}{PCP'}$ ES ISÓSCELES

Y UN TRIÁNGULO ISÓSCELES CON UN ÁNGULO DE 60° ES EQUILÁTERO.

b) $B\hat{C}P = 60°$ PORQUE $\overset{\triangle}{ABC}$ EQUILÁTERO
$C\hat{P}P' = 60°$ " $\overset{\triangle}{CPP'}$ " $\Rightarrow BC // PP'$

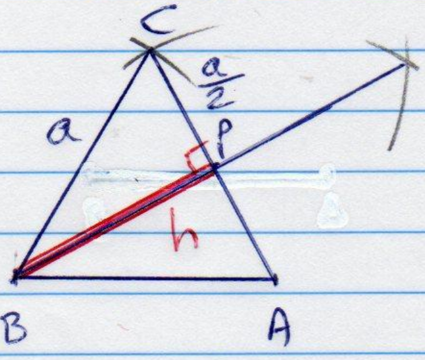
ESTAMOS USANDO EL RECÍPROCO DE



$a // b \Leftrightarrow \alpha = \beta$

c) ÁREA $\overset{\square}{BPP'C}$ = ÁREA $\overset{\triangle}{BPC}$ + ÁREA $\overset{\triangle}{PP'C}$

VEAMOS SI PODEMOS DEDUCIR LA FÓRMULA DEL ÁREA DE UN TRIÁNGULO EQUILÁTERO EN FUNCIÓN DE LA LONGITUD DEL LADO.



APLICAMOS EL TEOREMA DE PITÁGORAS AL $\overset{\triangle}{BPC}$

$$h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$$

$$h^2 + \frac{a^2}{4} = a^2$$

$$h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{4a^2 - a^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$h = \sqrt{\frac{3a^2}{4}}$$

$$h = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{a^2}}{\sqrt{4}}$$

$$h = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{2}$$

Escuela Técnica del Buceo - Examen de Geometría 2° año 12/11/09

1) c) CONTINUACIÓN:

ENTONCES, ÁREA $\overset{\triangle}{ABC} = \dfrac{BASE \times h}{2}$

ÁREA $\overset{\triangle}{ABC} = \dfrac{a \times \frac{\sqrt{3}\,a}{2}}{2}$

ÁREA $\overset{\triangle}{ABC} = \dfrac{\sqrt{3} \cdot a^2}{4}$

EL ÁREA DE UN TRIÁNGULO EQUILÁTERO DE LADO "a" ES $\dfrac{\sqrt{3} \cdot a^2}{4}$

ÁREA $\overset{\triangle}{BPC} = \dfrac{1}{2}$ ÁREA $\overset{\triangle}{ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{3}\,a^2}{4} = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}\,a^2}{8}}$

ÁREA $\overset{\triangle}{PP'C} = \dfrac{\sqrt{3}\left(\frac{a}{2}\right)^2}{4}$ PORQUE $\overset{\triangle}{PP'C}$ ES UN TRIÁNGULO EQUILÁTERO CUYO LADO ES $\dfrac{a}{2}$.

ÁREA $\overset{\triangle}{PP'C} = \dfrac{\sqrt{3} \cdot \frac{a^2}{4}}{4} = \dfrac{\sqrt{3} \cdot a^2}{16}$

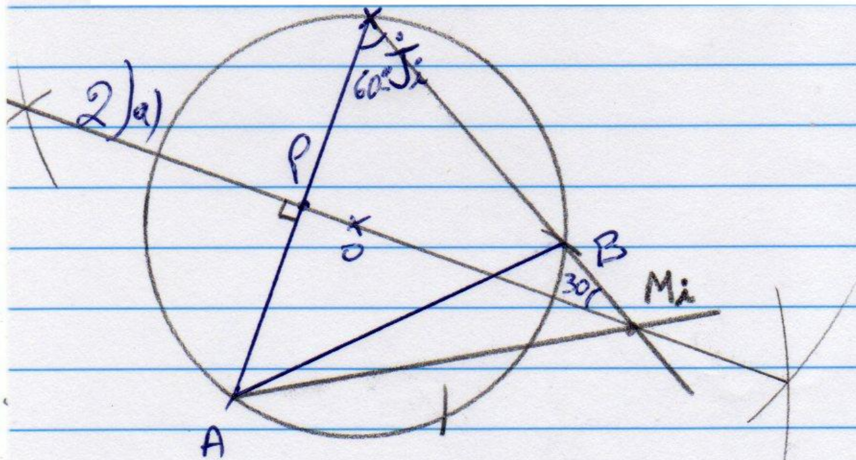
ÁREA TOTAL $\overset{\square}{BPP'C} = \dfrac{\sqrt{3}\,a^2}{8} + \dfrac{\sqrt{3}\,a^2}{16} = \sqrt{3} \cdot a^2 \left(\dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{16}\right)$

$\dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{16} = \dfrac{2+1}{16} = \dfrac{3}{16}$

ÁREA $\overset{\square}{BPP'C} = \sqrt{3} \cdot a^2 \cdot \dfrac{3}{16} \Rightarrow \boxed{ÁREA = \dfrac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot a^2}{16}}$

Escuela Técnica del Buceo - Examen de Geometría 2° año 12/11/09

2) a)



LA MEDIATRIZ DE $\overleftrightarrow{AJ}$ ES EJE DE SIMETRÍA AXIAL EN EL $\overset{\triangle}{AMJ}$.

$\left.\begin{array}{l} A\hat{J}M = 60 \\ J\hat{P}M = 90 \end{array}\right\} \Rightarrow J\hat{M}P = 30$

$\left.\begin{array}{l} \text{ENTONCES } J\hat{M}A = 60° \\ \text{Y COMO } \overline{JM} = \overline{AM} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{JAM} \text{ EQUILÁT.}$

$\left.\begin{array}{l} A \text{ FIJO} \\ \overline{AJ} = \overline{AM} \\ J\hat{A}M = 60° = \text{CONSTANTE} \end{array}\right\} \Rightarrow \exists\, R_{A,\overrightarrow{60}} /$

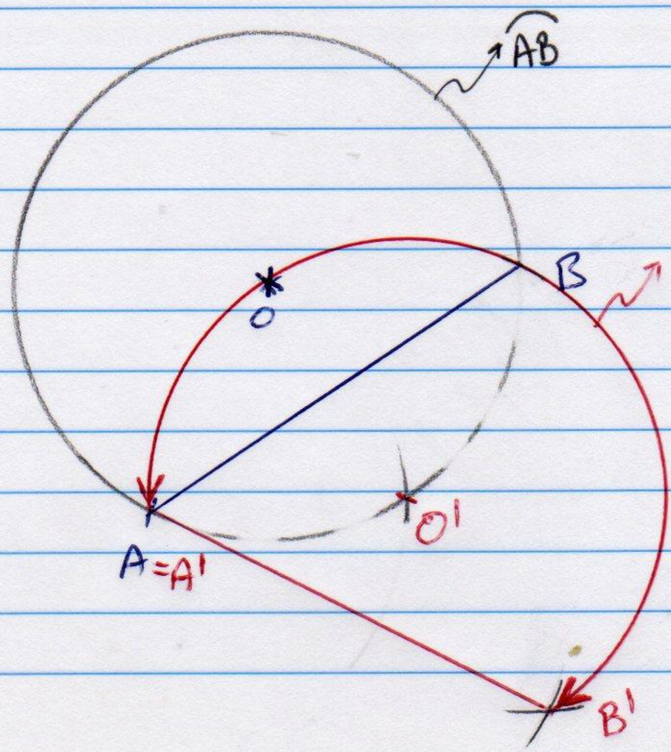
$J_i \xrightarrow{R_{A,\overrightarrow{60}}} M_i$

$L.G.\ J \xrightarrow{R_{A,\overrightarrow{60}}} L.G.\ M_i$

$\widehat{AB} \xrightarrow{R_{A,\overrightarrow{60}}} \widehat{A'B'}$

$O \xrightarrow{R_{A,\overrightarrow{60}}} O'$

LA FORMA MÁS FÁCIL DE HACER UNA ROTACIÓN DE 60° ES HACER EL TRIÁNGULO EQUILÁTERO, $A\hat{O}O'$, $A\hat{B}B'$



LIMITACIONES:

SI $A=J$, $\nexists\ m_z\ \overline{AJ}$

SI $B=J$, $\nexists$ RECTA BJ.

$L.G.\ M = \widehat{A'B'} - \{A', B'\}$