

REPARTIDO 1: ECUACIONES E INECUACIONES

I) Resolver las siguientes ecuaciones:

1) $3x - 8 = 6x - 8$ 2) $3x - 8 + (5x-4)x = (5x-1).x$ 3) $(x-5).(x+5) = - 24x$

4) $\frac{3x+5}{3x} - \frac{6x+5}{9x} = \frac{3x+10}{9x}$ 5) $(x-4)^2 = 0$ 6) $5x^2 + 2x = 3$ 7) $x.(x+3).(3x-1)^3 = 0$

8) $(5x - 20)^{100} = 0$ 9) $\frac{(2x^2 - x - 15)^{20}}{x^2 - 9} = 0$ 10) $\frac{5x+1}{2x} + \frac{5x+2}{x^2} = 2$

11) $(6x + 4).(x+4) = (6x+4).(x+7)$ 12) $(x^2 + 2x)^2 - 23(x^2 + 2x) + 120 = 0$

13) $\frac{x+5}{x+2} - \frac{2}{x-1} = \frac{x+11}{x+3}$ 14) $\frac{x}{x-2} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{3x-5}{x+1}$ 15) $\frac{1+2x}{1+3x} - \frac{1-2x}{1-3x} = - \frac{3x-14}{1-9x^2}$

16) $\frac{3x-1}{x^2+7x+12} = \frac{1}{2x+6} + \frac{7}{6x+24}$ 17) $\frac{(x+3).(x^2-25).x}{x^2-5x+6} = 0$

18) $\frac{(x+4)(x^2-25)^4(x+3)^5}{x(x+5)^2(x^2-6x+9)} = 0$ 19) $\frac{(x^2+1)^2(x-3)^3(x+7)}{(-3x+9)^2(-x^2)^3(2x^2+2)} = 0$

II) Resolver factorizando:

20) $(3x - 1)^2 = (6x-2).(3x + 4)$ 21) $(3x - 1)^2 + 9x^2 - 1 = 0$ 22) $(3x - 1)^2 - 9x + 3 = 0$

23) $(3x-1).(x+3) = 9x^2 - 6x + 1$ 24) $(x+5).(3x+2) = x.(x+5)$ 25) $4.(2x + 1)^2 = 4x(2x + 1)$

26) $2x.(x+1)^2 = (x+1).(2x+8)$ 27) $(x+1).(2x-3)^2 + 4x^2 - 9 = 0$

28) $3.(x+1).x^3 + 24x + 24 = 0$ 29) $3x.(2x+3).(2x-1) = 4x^2 - 4x + 1$

III) Resolver las siguientes inecuaciones:

30) $(2x+1).(2x-1) \leq x + 2$ 31) $\frac{3x}{x-1} \geq \frac{2x}{x+1}$ 32) $\frac{1}{x-1} + \frac{x}{x+2} < \frac{x+1}{2}$

33) $-2 \leq \frac{2x-2}{x+3} < 1$ 34) $-1 \leq \frac{x-2}{2x+1} \leq 2$ 35) $\frac{1}{x-3} + \frac{3}{x-2} < \frac{x+1}{x-2}$

36) $\frac{3x}{5} - 12 > \frac{x}{2} + 2$ 37) $-3 \leq \frac{x-2}{x+1} \leq 4$

I) Estudiar dominio, ceros y signo de las siguientes funciones

$$1) A(x) = \frac{-5}{x+2} \quad 2) B(x) = \frac{3x^2 - x}{x^2 + 1} \quad 3) C(x) = \frac{5x(x^2 - 3)(x + 1)}{x(x^2 - 1)}$$

II) Resolver las siguientes ecuaciones:

$$1) (x^2 - 5x + 6) \cdot (x^2 - 1) \cdot (x^3) = 0 \quad 2) 3 \cdot (x^4 - 1) = -10x(x^2 - 1)$$

$$3) 2(x^2 - 1)^2 - (x^2 - 1) - 1 = 0 \quad 4) \frac{x-1}{3} + 2 = 1 - \frac{3-x}{2}$$

$$5) \frac{5}{x} + x^2 = 0 \quad 6) 3x^4 - 6x^2 = 0$$

III) Resolver las siguientes ecuaciones:

$$1) x^6 - 7x^3 - 8 = 0$$

$$2) (2x + 3)^2 - 10(2x + 3) + 16 = 0$$

$$3) 4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$$

$$4) 4x^4 - 37x^2 + 9 = 0$$

$$5) 3x^4 - 46x^2 - 32 = 0$$

$$6) x^4 - 10x^2 + 9 = 0$$

$$7) x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$8) x^4 - 61x^2 + 900 = 0$$

$$9) x^4 + 3x^2 - 4 = 0$$

$$10) x^4 - 6x^2 + 5 = 0$$

$$11) 9x^4 - 40x^2 + 16 = 0$$

$$12) 4x^4 + 11x^2 - 3 = 0$$

$$13) x^6 - 19x^3 - 216 = 0$$

$$14) x^6 - 7x^3 - 8 = 0$$

$$15) 8x^6 + 15x^3 - 2 = 0$$

$$16) x^6 + 2x^3 - 80 = 0$$

IV) Resolver:

$$1) 3x^4 = -2 - 5x^2$$

$$2) (x^2 + 3x - 5)^2 = 6 - (x^2 + 3x - 5)$$

$$3) 5(x-1)^4 - 4(x-1)^2 - 1 = 0$$

$$V) \text{ Datos: } F(x) = \frac{-3x+4}{2x-1} ; G(x) = \frac{6x^2-3x}{4x^2-4x+1} ; H(x) = \frac{3x}{2x^2-x}$$

Hallar: a) $Q(x) = F(x) + G(x) - H(x)$

b) estudiar dominio, ceros y signo de $Q(x)$

- VI) Dada la ecuación: $4x^4 + 8x^3 - 7x^2 - 11x + 6 = 0$, realizando el cambio de variable: $x = y + h$ resulta una ecuación bicuadrada en y . Determinar h y resolver la ecuación dada inicialmente.
- VII) a) Calcular a y b reales para que la ecuación:
 $2ax^4 - (2b+a+2)x^3 - 110x^2 - (3b-2a+7)x + a + b - 5 = 0$
 sea simétrica
 b) resolver la ecuación para los valores de a y b hallados
- VIII) Sea la ecuación: $(2-h)x^2 - 4(h+2)x + 2(h+3) = 0$
 a) ¿Qué condiciones debe cumplir h para que ésta ecuación tenga dos raíces reales de signo opuesto?
- IX) Dada la ecuación: $(m-1)x^2 - 2mx + m - 3 = 0$
 a) Hallar los valores de m para que la ecuación tenga raíces inversas de signo contrario
 b) Determinar los valores de m para que una de las raíces sea 2
- X) Sea la ecuación: $mx^2 - 2(m-1)x - m^2 + m = 0$
 a) estudiar naturaleza de las raíces
 b) ¿Para que valores de m las raíces son de distinto signo siendo la positiva de mayor valor absoluto que la negativa?
- XI) Dada la ecuación: $(3a + 2b)x^4 + 5x^3 - x^2 + (6b+2a)x + 7 = 0$
 a) Calcular a y b para que sea recíproca
 b) Calcular si dicha ecuación tiene soluciones naturales
- XII) Dado $P(x) = (a-1)x^2 + 2(a-1)x + (a+1)$, con $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 1$
 a) estudiar naturaleza de las raíces de $P(x)$ en función de a
 b) resolver $P(x) = 0$ para $a = 2$
 c) graficar $P(x)$ para $a = 2$
 d) calcular a sabiendo que $P(0) = 3$
 e) resolver en función de a $P(x) = a+1$
- XIII) Usando cambio de variable conveniente, resolver:
 a) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ b) $x^6 - 3x^3 + 2 = 0$
 c) $5(x+1) - 1 + 6(x+1)^2 = 0$ d) $x^2 + x + 1 = \frac{42}{x^2 + x}$
 e) $x^8 + 15x^4 - 16 = 0$