

**I)** AB es el diámetro de una circunferencia de centro O y radio r. C es un punto de la circunferencia de modo que el ángulo  $\widehat{CAB}=30^\circ$  antihorario. Sea t la tangente a la circunferencia en B. AC intersección t es P. Sea H el punto medio de BP.

**i)** Probar que el ángulo OCH es  $90^\circ$ .

**ii)** Hallar el lugar geométrico de H.

**iii)** Calcular la distancia PH en función de r.

**iv)** Hallar centro y ángulo de la rotación que transforma la semirrecta BA en la semirrecta CB.

**II)** Sea una circunferencia de centro O y radio r. En ella hay una cuerda AB de modo que el ángulo AOB es recto, en sentido horario.

Sea C un punto variable en el arco mayor AB.

Sea m la recta perpendicular a AC que pasa por C.

Sea j la recta perpendicular a BC que pasa por B.

j y m se cortan en R y además j y AC se cortan en Q.

**i)** Clasificar el triángulo RBC.

**ii)** Hallar el lugar geométrico de R. Construir y limitar.

**iii)** Hallar el lugar geométrico de Q. Construir y limitar.

**iv)** Sea X el punto medio de CQ. RX corta a BC en H. QH corta a RC en K. Demostrar que K es punto medio de CR.

**v)** Construir C para que el área del triángulo CRQ sea  $3r^2$ .