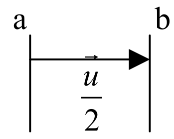
COMPOSICIÓN Y DESCOMPOSICIÓN DE ISOMETRÍAS

1) ROTACIÓN
   A) La composición de dos simetrías axiales de ejes secantes, es una rotación cuyo centro es el punto de corte de ambos ejes, su ángulo es el doble del formado por dichos ejes y su sentido del primer al segundo eje.
   B) En forma recíproca, toda rotación se puede descomponer en dos simetrías axiales, de ejes secantes en el centro de rotación, que formen un ángulo igual a la mitad del ángulo de rotación.

$$R_{P;\vec{\varphi}} = S_b \circ S_a;\ a \cap b = \{P\};\ \overrightarrow{aPb} = \frac{\varphi}{2}$$

2) TRASLACIÓN
   A) La composición de dos simetrías axiales de ejes paralelos, es una traslación cuyo vector tiene dirección perpendicular a los ejes, su sentido del primer al segundo de los ejes y su módulo el doble de la distancia entre ellos.
   B) Toda traslación puede descomponerse en dos simetrías axiales, de ejes perpendiculares a la dirección del vector, en el sentido indicado por dicho vector y cuya distancia es la mitad del módulo del vector de traslación.

$$T_{\vec{u}} = S_b \circ S_a;\ a \parallel b;\ d(a;b) = \frac{|\vec{u}|}{2}$$




3) SIMETRÍA CENTRAL
   A) La composición de dos simetrías axiales, de ejes perpendiculares, es una simetría central cuyo centro es el punto de corte de dichos ejes.
   B) Toda simetría central puede decomponerse en dos simetrías axiales perpendiculares, cuyo punto de corte es el centro de la simetría.

$$C_O = S_b \circ S_a;\ a \perp b;\ a \cap b = \{O\}$$

EJEMPLO: En un cuadrado (ABCD) horario, hallar en forma canónica la isometría M tal que $M = \overline{R_{D;\overline{90^\circ}} \circ C_A}$

EJERCICIO TEÓRICO

1) Prueba que la composición de dos simetrías centrales de distinto centro es una traslación, cuyo vector es el doble del vector que determinan los centros, en el sentido del primero al segundo.
   Es decir: $C_B \circ C_A = T_{2\overrightarrow{AB}}$
2) Prueba que la composición de tres simetrías centrales de centros no alineados, es otra simetría central, cuyo centro es el cuarto vértice del paralelogramo, que los tres centros anteriores, en forma ordenada determinan.
   Es decir: $C_C \circ C_B \circ C_A = C_D;\ con\ (ABCD)\ un\ paralelogramo$

Otro resultado interesante que utilizaremos es el siguiente:
La composición de dos traslaciones, es otra traslación cuyo vector es la suma de los vectores anteriores. Es decir: $T_{\vec{v}} \circ T_{\vec{u}} = T_{\overrightarrow{u+v}}$

EJEMPLO:

Sean (ABEF) y (BCDE) dos cuadrados antihorarios, con el lado BE común.
Determinar en forma canónica la isometría M tal que $M = T_{\overrightarrow{FC}} \circ T_{\overrightarrow{AF}} \circ C_B \circ C_A \circ C_F$

<u>EJERCICIOS</u>
Considerando la figura del ejemplo anterior determina las siguientes isometrías en forma canónica;

$i) M = T_{\overrightarrow{DC}} \circ C_E \circ C_F$

$ii) M = C_C \circ T_{\overrightarrow{AC}}$

$iii) M = R_{B;\overline{90°}} \circ R_{E;\overline{90°}}$

$iv) M = T_{2\overrightarrow{EB}} \circ R_{E;\overline{90°}}$

$v) M = C_E \circ T_{\overrightarrow{BE}} \circ T_{\overrightarrow{AB}}$

$vi) M = S_{BE} \circ T_{\overrightarrow{EC}} \circ T_{\overrightarrow{AF}}$

$vii) M = S_{BC} \circ C_D \circ C_F \circ C_A$

$viii) M = S_{BD} \circ C_E$

Prof. Daniel Villar setiembre 2006