Teórico - Funciones

I) *FUNCIÓN LINEAL*

f es una función lineal ⇔ f: R→R / f(x) = a.x + b, con a y b reales.

1) Representar graficamente
   f:f(x) = 3 g:g(x) = -2

Toda función real del tipo:

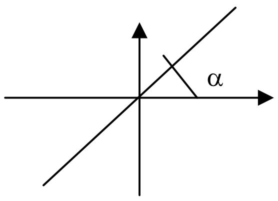
f:f(x) = b, con b un número real, se llama función constante. Su gráfico es una recta paralela al eje de las abscisas que corta al eje de las ordenadas en (0,b).

2) Representar graficamente.
   f:f(x) = x g:g(x) = 2x h:h(x) = -2x

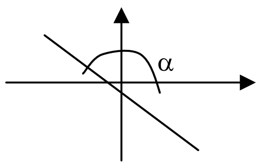
Las funciones reales del tipo

f:f(x) = **a**.x, con a real y distinto de 0, tienen por gráfica una recta que pasa por el origen.

a > 0



a < 0



a es el coeficiente angular de la recta. $\boxed{\mathbf{a = tg}\ \alpha}$

3) Representar las funciones en un mismo sistema de ejes.

   f:f(x) = 2x g:g(x) = 2x + 1 h:h(x) = 2x + 3

En general, si f:f(x) = ax + b con a y b reales, a distinto de 0, entonces **la gráfica de f es una recta paralela a la que representa a g:g(x) = ax y corta al eje de las ordenadas en (0, b).**

Ejercicios.
1) Hallar la función lineal cuya gráfica es una recta de coeficiente angular 3 y pasa por P(2, 4).
2) Hallar una función lineal conociendo 2 puntos de su gráfica, A(2, 3) y B(-5, -11).
3) Represente graficamente la función f tal que:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } -2 \le x < 1 \\ 3 & \text{si } 1 \le x < 2 \\ -3 & \text{si } x \ge 2 \end{cases}$$

II) *FUNCIÓN CUADRÁTICA*.

f es una **función cuadrática** ⇔ f: R → R / $f(x) = ax^2 + bx + c$, con a, b y c reales y a distinto de 0.

Sabemos que su gráfica es una parábola.
Repersenta graficamente:

$f:f(x) = x^2$ $g:g(x) = (x - 1)^2$ $h:h(x) = -x^2 + 3x$

Para realizar un bosquejo de la función cuadrática nos puede ser útil la siguiente información.

- Los ceros y el signo de f.
- El vértice de la parábola.
  Este punto tiene abscisa: $\mathbf{x_v = -b/2a}$.

En general:

Si $\mathbf{a > 0}$
- f <u>no</u> presenta máximo.
- f presenta un mínimo cuya abscisa es: $\mathbf{x = -b/2a}$

Si $\mathbf{a < 0}$
- f <u>no</u> presenta mínimo.
- f presenta un máximo cuya abscisa es: $\mathbf{x = -b/2a}$

Representa graficamente.

$f{:}f(x) = x^2 - 6x + 5$

$g{:}g(x) = -2x^2 + x + 3$.

III) <u>FUNCIÓN VALOR ABSOLUTO</u>.

$f{:}f(x) = |x|$

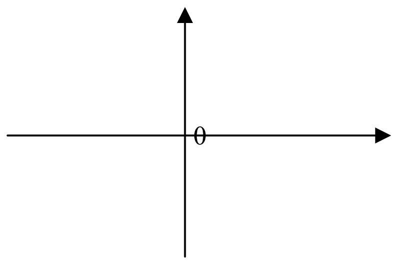
- Grafica la función.
- ¿Tiene máximo? Y ¿mínimo?
- ¿Cuándo es creciente y cuándo decreciente?

<u>FUNCIONES EXPONENCIALES</u>

La función exponencial de base **a** la definimos así:

$f{:}R \longrightarrow R^+ \ / \ f(x) = \mathbf{a}^x$, con $\mathbf{a} > 0$ y $\mathbf{a} \neq 1$

Representar graficamente.



1) $f{:}\ R \longrightarrow R^+ \ / \ f(x) = \mathbf{e}^x$

2) $f{:}\ R \longrightarrow R^+ \ / \ f(x) = \mathbf{2}^x$

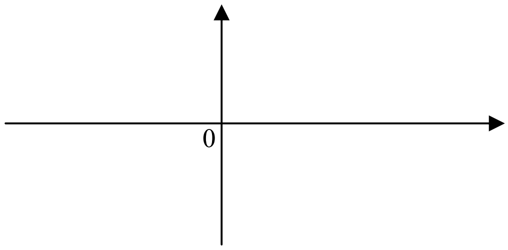
3) $f{:}\ R \longrightarrow R^+ \ / \ f(x) = (1/2)^x$

Representación gráfica de $f{:}R \to R^+ \ / \ f(x) = \mathbf{a}^x$, $\mathbf{a} > 0$.

Si $0 < \mathbf{a} < 1$ Si $\mathbf{a} > 1$

FUNCIONES LOGARÍTMICAS.

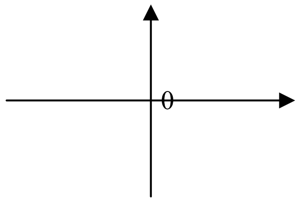
f: $R^+ \rightarrow R$ / f(x) = Lx



Observación:

Sig(Lx) ∄ - - 0 + + +
0 1

Represente graficamente f: $R^* \rightarrow R$ / f(x) = Llxl



Observación:

Sig(Llxl) + + + + 0 - - ∄ - - 0 + + + +
-1 0 1

Ejercicios

1) Determinar el dominio y estudiar el signo de las siguientes funciones.

i) $f : f(x) = L(3x-3)$

ii) $g : g(x) = L|-3x+1|$

2) Realizar el bosquejo del gráfico de una función que cumpla:

✓ D(f) = R – {0 ; 2}

✓ Sig(f) - - - - ∄ - - - 0 + + + ∄ + +
0 ½ 2

✓ f decrece en (- ∞ ; 0) , crece en (0 ; 2) y en (2 ; +∞).

✓ $\lim_{x \to 2^+} f(x) = 0^+$ $\lim_{x \to 2^-} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to 0^\pm} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0^-$

✓ *Asíntotas*

y = x para x → + ∞
y = 0 para x → - ∞