Práctico9

1) Estudia el dominio, ceros y signo, continuidad, límites en caso que x tienda a $+\infty$ y $-\infty$, máximos y mínimos relativos de las siguientes funciones. Realiza en cada caso el bosquejo correspondiente.

$a) f : f(x) = 1 - 4x - 4x^2$; $b) g : g(x) = x^2.(x-3)$; $c) h : h(x) = \dfrac{x}{x-2}$

$d) j : j(x) = (x-3).\sqrt{x}$; $e) h : h(x) = 2.e^{x^2 - 4x}$; $f) k : k(x) = x.e^x$

2) Estudia crecimiento, decrecimiento y existencia de extremos relativos.

$a) f : f(x) = x - \ln(1+x)$; $g : g(x) = \dfrac{x^3}{x^2+3}$

ALGUNAS PROBLEMAS

3) De una hoja de cartón cuadrada, de lado 20 cm, hay que hacer una caja rectangular abierta, que tenga la mayor capacidad posible, recortando para ello cuadrados en los ángulos de la hoja y doblando después los salientes de la figura en forma de cruz así obtenida. ¿Qué dimensiones debe tener la caja?

4) Hallar el punto del gráfico de la función $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$, en el que la recta tangente a dicho gráfico tenga la mayor pendiente posible.

5) El dueño de una huerta de manzanas calcula que si siembra 50 árboles por hectárea entonces cada árbol maduro dará 60 manzanas al año. Por cada árbol más que se siembra por hectárea, el número de manzanas producidas por un árbol al año disminuirá en 1.
¿Cuántos árboles deberá sembrarse por hectárea para obtener el mayor número de manzanas posibles?

6) La resistencia de una viga de sección rectangular es proporcional al producto de la base por el cuadrado de la altura de dicho rectángulo. (la constante de proporcionalidad k depende del material). De un cilindro de diámetro “d” es necesario cortar una viga de máxima resistencia.
¿Qué dimensiones se debe dar a la viga?¿la razón entre las dimensiones de la sección dependen del material?

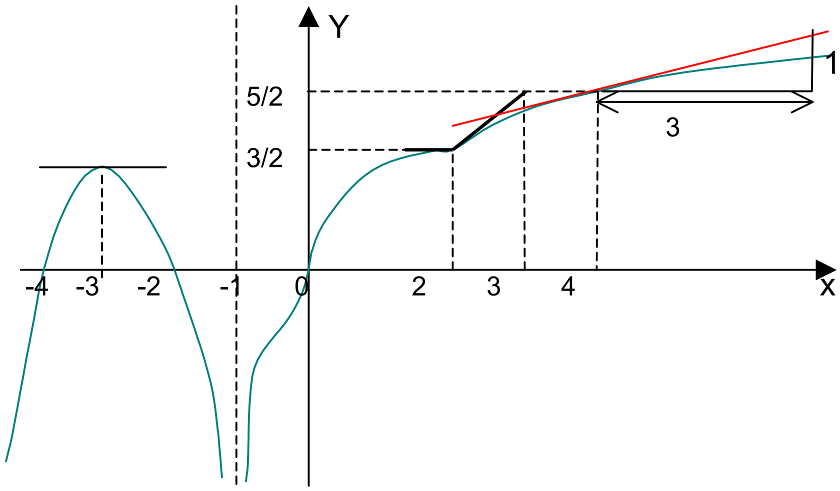
7) Sea $f : f(t) = P(1 - e^{-kt})$ una función que han encontrado los sociólogos para describir la difusión de una información a través de los medios masivos de comunicación. f (t) es el número de personas que han escuchado cierta información al transcurrir t horas. P es el número de integrantes de la población estudiada, k es una constante que depende de las condiciones en que se difunde la noticia.
(f‘(t) describe la razón de crecimiento del número de personas informadas en un instante t)

a. Calcular el número de personas informadas en el momento inicial.
b. ¿qué ocurre con la información al transcurrir mucho tiempo?
c. Determinar k, sabiendo que la noticia de la renuncia de un ministro es informada en los medios durante 4hs, al cabo de las cuales se difundió al 50% de la población de Montevideo.
d. Para el k hallado y con la población de Montevideo (1,5 millones aprox.), EA y RG de f para los valores de t que correspondan.
e. Determinar la razón de crecimiento a las 4 horas en que se difundió una información e interpretar.

8) Estudia el dominio, ceros y signo, continuidad, Ramas infinitas y asíntotas, máximos y mínimos relativos de las siguientes funciones. Realiza un bosquejo de c/u.

$$a) f : f(x) = \frac{(x-1)^2}{x} \qquad b) f : f(x) = \frac{x-3}{(x-2)^2} \qquad c) f : f(x) = \frac{e^x}{x}$$

9) Se considera una función f cuyo gráfico es:



a) Determinar sig(f(x)) y sig(f '(x))

b) Determinar f '(4), $\lim_{x \to 2^-} f'(x)$ y $\lim_{x \to 2^+} f'(x)$

c) ¿Es f derivable en 2?, ¿y en 0?

9) Representa gráficamente una función f que cumpla:

Sig f(x) + + + 0 - - - - 0 - - - - - - ∄ + + + + + +
-5 -3 0

$$\lim_{x \to 0^{\pm}} f(x) = \pm\infty$$

Sig f´(x)) - - - - 0 + + + ∄ - - - - - ∄ - - - 0 + +
-4 -3 0 1

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = +\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty \qquad \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2 \qquad \lim_{x \to \pm\infty} \left(f(x) - 2x\right) = 4$$

f(-4) = -2 f(1) = 2 $\lim_{x \to 3^-} f'(x) = 3$ $\lim_{x \to 3^+} f'(x) = 0$

1) Sea f: f (x) = $\begin{cases} Lx & \text{si } x > 1 \\ 1-x & \text{si } 0<x<1 \\ x^2+2 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

a) Estudiar continuidad y derivabilidad de f en 0 y en 1.
b) Grafica f.
c) Calcular f '(-1) y construir la recta tangente a la gráfica de f en (-1,f(-1)).

2) Sea f : f (x) = $\begin{cases} e^{x} & \text{si } x \leq 0 \\ L(x+1)+1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

a) Estudia la continuidad en x = 0.
b) Determina f´(x) y calcula el límite de f´(x) cuando $x \to 0^{\pm}$. ¿Es f derivable en 0?

10) Estudio analítico y Representación gráfica de las funciones cuya imagen es:

1) $f : f(x) = -x^3 + 3x^2$; 2) $f : f(x) = \dfrac{-x+1}{x+4}$; 3) $f : f(x) = \dfrac{x^3 - 2x}{x-1}$; 4) $f : f(x) = \dfrac{x^2}{1-x^2}$;

5) $f : f(x) = (x+2)e^{1/x}$; 6) $f : f(x) = (x^2 + 2x)e^x$; 7) $f : f(x) = e^{\frac{3x-1}{2-x}}$;

8) $f : f(x) = \dfrac{x^2 - 4}{1-x}.e^{-x}$; 9) $f : f(x) = \dfrac{x+2}{-x+2}.e^{3/2x}$; 10) $f : f(x) = L\left|x^2 + x - 6\right|$;

11) $f : f(x) = L\left|\dfrac{2x-3}{x+1}\right|$; 12) $f : f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$; 13) $f : f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$;

14) $f : f(x) = L\left(\dfrac{2x+1}{x-1}\right)$; 15) $f(x) = 2x - 3 + L\left|\dfrac{3-x}{x+1}\right|$; 16) $f(x) = \dfrac{x-1}{x} + L\left|x\right|$

17) $f(x) = x^2 - L\left|x^2 - 4\right|$; 18) $f(x) = \dfrac{x^2}{-x+1} + L\left|\dfrac{x}{-x+1}\right|$; 19) $f(x) = \dfrac{1}{x+2} - L\left|\dfrac{x+2}{x+3}\right|$

20) $f : f(x) = 5 + L\left|\dfrac{x^2 - 4}{x^2 + 2}\right|$ (En los ejercicios 15 al 20, como los ceros y signo no son inmediatos, no debes estudiarlos).

10) a) EA y RG de la función f (sin f´´)

$$f : f(x) = \frac{2x^3 - x^2 - 9x - 9}{x+1}$$

b) Determina las raices de f con un error menor a 0,2.

13) Sean $f : f(x) = x^2 - 2x + 1$ y $g : g(x) = x - 3$

a) Calcula: i) $\lim\limits_{x \to +\infty} (x.e^{\frac{g(x)}{f(x)}} - x)$ ii) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{f(x)} - \sqrt{(g(x))^2}$

b) EA y RG de $h : h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$

14) Dada $f : f(x) = \dfrac{e^{x+2}}{4x}$

a) Realiza el EA y RG de f.
b) A partir de gráfico de f representa gráficamente las funciones: $\left|f\right|$; $-f$; $-\left|f\right|$.

15) Dada la función $f : f(x) = (x+1).L\left|\dfrac{x+1}{e}\right|$

a) Prueba que $f'(x) = L\left|x+1\right|$
b) EA y RG de f.