Matrices y determinantes

1. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}5 & 14\\ -4 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}23 & 3\\ 8 & -5\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}-5 & -5\\ 72 & -11\end{pmatrix}$ calcula:

a) 3A **b)** 2A + C **c)** A – B + 4C **d)** 4A - 5B + 3C

2. ** Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}2 & -3 & -5\\ -1 & 4 & 5\\ 1 & -3 & -4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 3 & 5\\ 1 & -3 & -5\\ -1 & 3 & 5\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}1 & -3 & -4\\ -1 & 3 & 4\\ 1 & -3 & -4\end{pmatrix}$ calcula:

a) 2A **b)** 3A + 4B **c)** A – 3B + 2C **d)** 4A + 2B – 4C
e) halla α, β y γ reales tales que αA + βB + γC = I.

3. Halla el producto de matrices AB: **a)** $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & 4\end{pmatrix}$; **b)** $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 3\\ 4\end{pmatrix}$; **c)** $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 5\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}0 & 3\\ 4 & 2\end{pmatrix}$; **d)** $A=\begin{pmatrix}1 & 4 & 3\\ 7 & 2 & 0\\ 1 & 4 & 2\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}2\\ 3\\ 7\end{pmatrix}$.

4. ** Sean $A=\begin{pmatrix}1 & -3 & 2\\ 2 & 1 & -3\\ 4 & -3 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 4 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 1 & 1\\ 1 & -2 & 1 & 2\end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix}2 & 1 & -1 & -2\\ 3 & -2 & -1 & -1\\ 2 & -5 & -1 & 0\end{pmatrix}$. Halla AB y AC y observa que no se cumple la propiedad conmutativa. ¿Por qué?

5. **a)** Halla la matriz $A=(a_{ij})_{3\times 2}$ tal que $a_{ij}=i^2-j$.
b) **Halla la matriz $B=(b_{ij})_{3\times 2}$ tal que $b_{ij}=2$ si $i=j$ y $b_{ij}=2i-6j$ si $i\neq j$.
c) Sea $M=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 3 & 0\end{pmatrix}$, halla la matriz X tal que $X=\left(\frac{1}{2}B-A\right)M$.

6. Calcula los determinantes de las siguientes matrices usando propiedades:
** $\boxed{A=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ 2 & 1 & 2\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -3 & -5\\ 0 & 4 & 5\\ 0 & 0 & -4\end{pmatrix}$, ** $\boxed{C=\begin{pmatrix}-1 & 3 & 5\\ 1 & -3 & -5\\ -1 & 3 & 5\end{pmatrix}}$; ** $F=\begin{pmatrix}1 & 2 & 2 & 3\\ 1 & 0 & -2 & 0\\ 3 & -1 & 1 & -2\\ 4 & -3 & 0 & 2\end{pmatrix}$ y ** $\boxed{G=\begin{pmatrix}2 & 1 & 3 & 2\\ 3 & 0 & 1 & -2\\ 1 & -1 & 4 & 3\\ 2 & 2 & -1 & 1\end{pmatrix}}$.

7. **a)** Sean $A=\begin{pmatrix}\frac{1}{2} & x & x^2\\ 0 & -1 & 0\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ x & 3 & 0\end{pmatrix}$, determina x∈R tal que: $\left|A.B^t\right|=-15$.
b) ** Sean $A=\begin{pmatrix}x & -1\\ x^2 & 2\end{pmatrix}$ y $B_{2\times 2}=(b_{ij})/\,b_{ij}=i+j$, determina x∈R tal que: $A.B=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 2 & -1\end{pmatrix}$.

8. Sean $A=\begin{pmatrix}3 & 2\\ -1 & 0\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 3 & 3\end{pmatrix}$
Determina la matriz $X\,/\,X.A-B^{-1}=I$.

9. Halla para que valores de *a* existe la matriz inversa de A en cada caso:
a) ** $A=\begin{pmatrix}a+1 & 2\\ a-1 & 3\end{pmatrix}$; **b)** $A=\begin{pmatrix}3a+1 & a+1\\ 5a+3 & 4a\end{pmatrix}$; **c)** ** $A=\begin{pmatrix}a+5 & a+2 & a+2\\ 2 & a-1 & 1\\ a+2 & 3 & a+1\end{pmatrix}$ y **d)** $A=\begin{pmatrix}1 & a & a+1\\ 1 & a+1 & 1\\ a & 1 & a+1\end{pmatrix}$.

10. Investiga cuál de las siguientes matrices tienen inversa y en caso de que exista determina dicha matriz:

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$; **b)** ** $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$; **c)** ** $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -8 \\ 2 & 7 & 2 \end{pmatrix}$; **d)** $D = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 2 & 0 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$;

e) $E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; **f)** ** $F = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; **g)** ** $G = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 3 \\ 1 & 0 & 8 \end{pmatrix}$ y **h)** $H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \end{pmatrix}$.

<u>Método de Cramer.</u>

11. Resuelve por el método de Cramer:

a) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$; **b)** ** $\begin{cases} 5x + 3y = 12 \\ 7x - y = 8 \end{cases}$; **c)** $\begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ 3x + 5y + 2z = 8 \\ x - 2y - 3z = -1 \end{cases}$; **d)** ** $\begin{cases} 2x - 6y + 2z = -1 \\ 5x + 3y - 4z = -1 \\ 8x + 9y - 6z = 0 \end{cases}$.

12. Resuelve los siguientes sistemas discutiendo según el parámetro:

a) $\begin{cases} mx + (m-1)y = m + 1 \\ (m-2)x + (m-4)y = -m(m+1) \end{cases}$ **;** **b)** $\begin{cases} 2mx - my = -m \\ -mx + (m+1)y = 1 \end{cases}$ **;** **c)** $\begin{cases} x + y + z = 2a \\ x - y + z = -2a \\ ax + y + 2z = a^2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - my = 3 \\ mx - 8y = 6 \end{cases}$

13) a) Determina los valores de $k \in R$, para los cuales el sistema: $\begin{cases} kx + y = 3 \\ (k-3)x + 3y = 4 \end{cases}$

es compatible determinado.

b) Si $k = -1$, el sistema anterior, es compatible indeterminado o incompatible?.