UTU Escuela Técnica del BUCEO Examen de Geometría 2º
14 de diciembre del 2007 Primera prueba: práctico

Tribunal: Prof. Daniel Villar; Saúl Tenenbaum

❶

1) Se considera la semicircunferencia C de diámetro AB. El punto L que pertenece a la semicircunferencia C varia de forma tal que el triángulo ABL es antihorario. Se construye el triángulo BLD equilátero horario y se determina el punto X tal que AL intersección BD es el punto X.

a) i) Calcula la amplitud del ángulo AXB. Justifica.
ii) Construye y limita el lugar geométrico de X.

b) Sea **t** la recta perpendicular a BX por D; **t** intersección BL es el punto T.
i) Prueba que los triángulos BLX y BDT son congruentes.
ii) Prueba que el cuadrilátero LDXT es inscriptible.
iii) Determina el lugar geométrico de T. Construye y limita.

❷ 1) Sea ABC un triángulo inscripto en una circunferencia y sea H su ortocentro. Probar que el simétrico de H respecto a la recta que contiene a un lado del triángulo pertenece a la circunferencia circunscripta al ABC.

2) Sea ABC un triángulo equilátero y M el punto medio de AB. Determinar ***todas*** las isometrías que transforman la semirrecta $\overrightarrow{MB}$ en la semirrecta $\overrightarrow{CM}$. Justificar.

3) Sea un cuadrado ABCD horario, fijo. E varía en la diagonal AC. Se construye el paralelogramo ABFE. G es tal que D es punto medio de FG. Hallar el lugar geométrico de G. Construir y limitar.

** La comprensión de la letra forma parte del problema.
** Dar la "solución" a un ejercicio es indicar TODAS las posibles posiciones en que el punto, la recta o la figura en general verifican las condiciones pedidas. No alcanza con encontrar una posición en particular.

UTU Escuela Técnica del BUCEO Examen de Geometría 2º
14 de diciembre del 2007 Segunda prueba: teórico

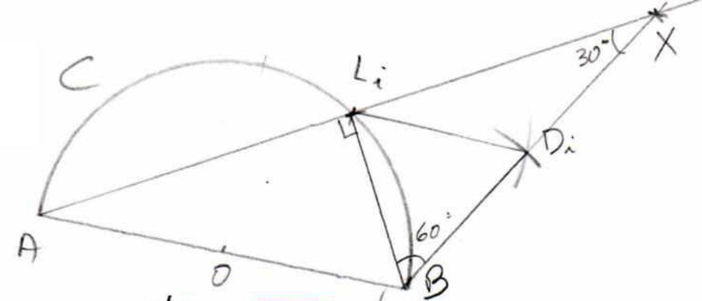
1) Sin más instrumentos que una escuadra no graduada y un lápiz, hallar el centro de una circunferencia dada. Justificar la propiedad utilizada.

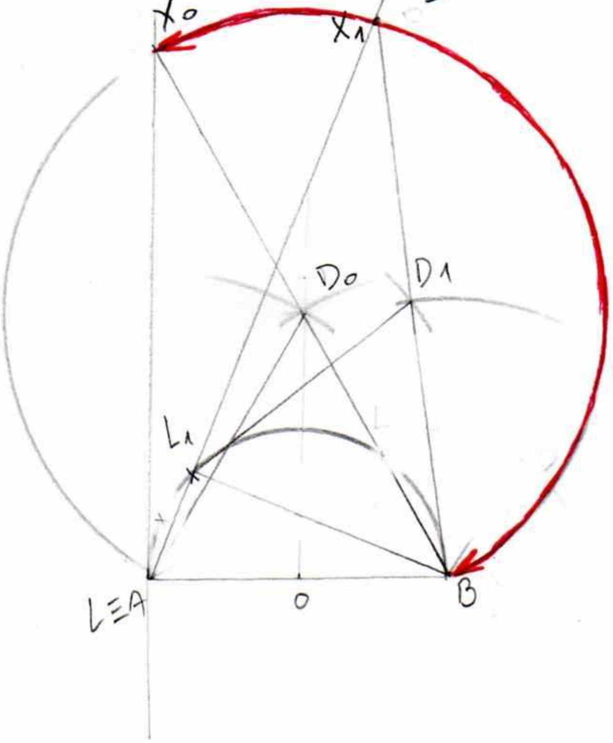
2) Sea ABC un triángulo cualquiera, acutángulo. Llamemos I a su incentro.
Hallar la relación que hay entre los ángulos BIC y BAC. Justificar.

3) a) Definir: Homotecia de centro O y razón k.
b) Sea P I N un triángulo equilátero. Hallar k para que luego de aplicarle la homotecia de centro P y razón k a dicho triángulo se obtenga un nuevo triángulo P' I' N' cuya área sea la mitad que la del triángulo original. Justificar y construir los triángulos.

---

1)





A) i) $A\hat{X}B = 30°$

ii) $X \in Ac(\overleftrightarrow{AB}, 30°)$

LIMITACIÓN:

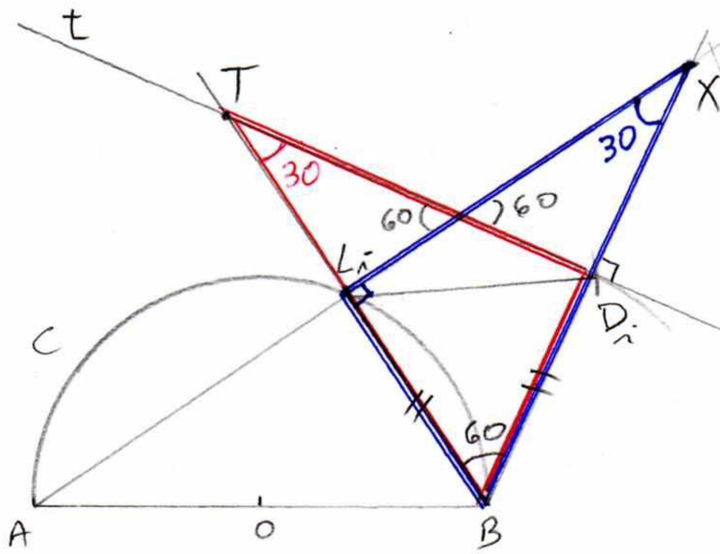
Si $L \to B$, $D \to B$, $X \to B$

Si $L \equiv B$, $\nexists$ $\overset{\triangle}{BLD}$

Si $L \to A$, $D \to D_0$, $X \to X_0$

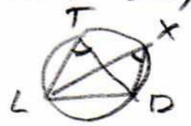
Si $L \equiv A$, $D \equiv D_0$, LA $\nexists$, $X_0 \notin$ LUGA

$LG\,X = \overset{\frown}{BX_0}$



B) i) ÁNGULOS IGUALES, LADO IGUAL CRITERIO "LAL".

ii) SOBRE LA CUERDA DL, $L\hat{T}D = L\hat{X}D$

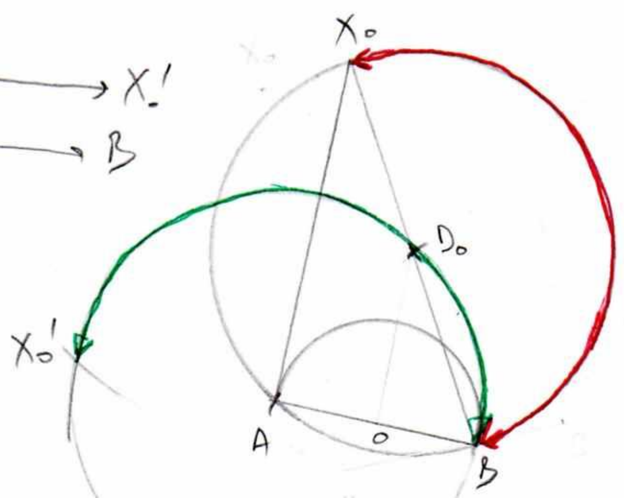


iii) $\overset{\triangle}{BXT}$ EQUILÁTERO ⇒

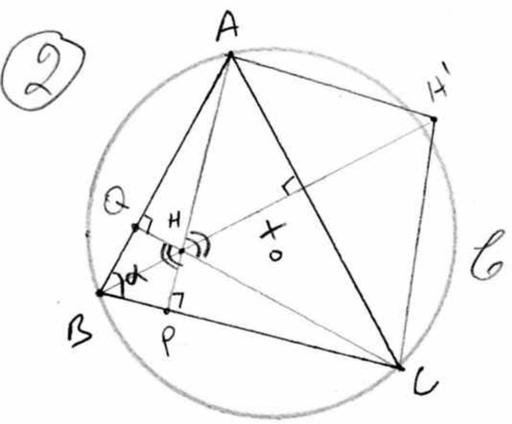
$$\left.\begin{array}{l} B \text{ FIJO} \\ X\hat{B}T = 60° \\ \overline{XB} = \overline{TB} \end{array}\right\} \Rightarrow LG\,X \xrightarrow{R_{B,\overleftarrow{60}}} LG\,T$$

$X_0 \longrightarrow X_0'$

$B \longrightarrow B$



②



1) ¿$H' \in \mathcal{C}$?

EN UN PRINCIPIO, NO SE SI $H' \in \mathcal{C}$.

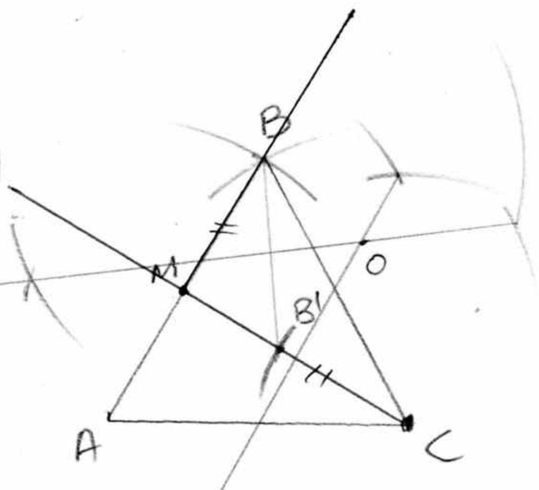
(BPHQ) ES UN CUADRILÁTERO INSCRIPTIBLE, PUES $B\hat{Q}H + B\hat{P}H = 180 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ SI $P\hat{B}Q = \alpha$, $P\hat{H}Q = 180-\alpha = C\hat{H}A$ POR OPUESTOS POR EL VÉRTICE, Y $C\hat{H}A = C\hat{H'}A$ POR SIMETRIA $\Rightarrow$

$$\left.\begin{array}{l} C\hat{H'}A = 180-\alpha \\ C\hat{B}A = \alpha \end{array}\right\} \Rightarrow C\hat{B}A + C\hat{H'}A = 180 \Rightarrow$$

C, B, A, H' FORMAN UN CUADRIL. INSCRIP

2)



$\overleftrightarrow{MB} \longrightarrow \overleftrightarrow{CM}$

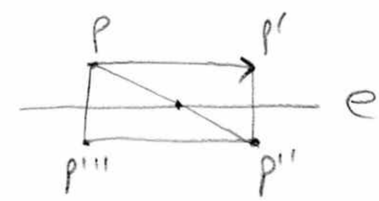
$M \longrightarrow C$

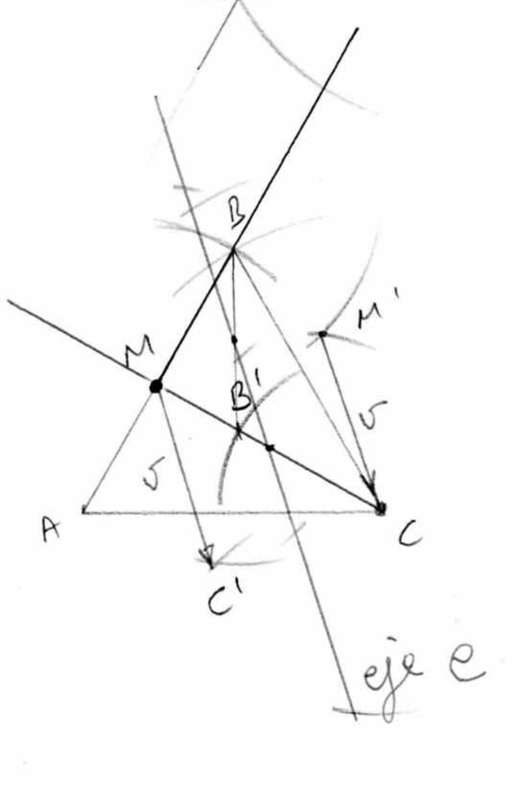
$B \longrightarrow B'$

ROTACIÓN: $m_z \overline{MC} \cap m_z \overline{BB'} = \{O\}$

$\alpha = M\hat{O}C = B\hat{O}B' = C\hat{M}B = 90°$

$R_{O,90°}$





ANTITRASLACIÓN:

EL EJE PERTENECE AL PUNTO MEDIO DEL SEGMENTO DETERMINADO POR CORRESPOND.

$M \to C \Rightarrow e \in$ PUNTO MEDIO $\overline{MC}$

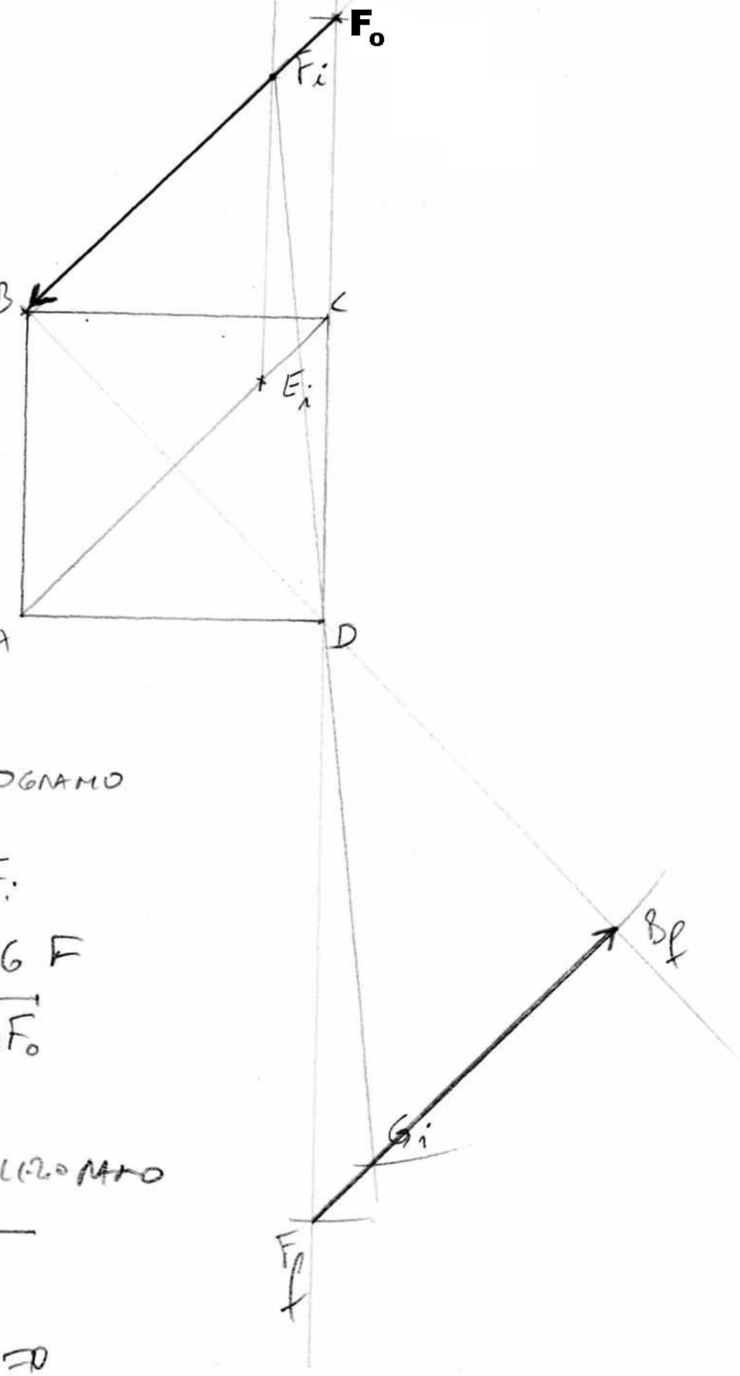
$B \to B' \Rightarrow e \in$ PUNTO MEDIO $\overline{BB'}$

$S_e(M) = M'$ $\quad \overrightarrow{M'C}$ = vector v

$S_e(C) = C'$ $\quad \overrightarrow{MC'}$ = vector = v

$At(\vec{v}, e)$

2) 3)



ABFE PARALELOGRAMO

$\Rightarrow \quad E_i \xrightarrow{T_{\vec{AB}}} F_i$

$LG\ E \longrightarrow LG\ F$

$\overline{AC} \longrightarrow \overline{BF_o}$

LIMITACIÓN:

SI $E \equiv A$, $\nexists$ PARALELOGRAMO

———— o ————

$\left.\begin{array}{l} F, D, G \text{ ALINEADOS} \\ \overline{FD} = \overline{DG} \\ D \text{ FIJO} \end{array}\right\} \Rightarrow$

$F_i \xrightarrow{C_D} G_i$

$LG\ F_i \longrightarrow LG\ G_i$

$\overline{BF_o} \longrightarrow \overline{B_f F_f}$

$LG\ G = \overline{B_f F_f} - \{B_f\}$