

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

Prof. Aldo Castagna Alonso

ÍNDICE

1.	INTERÉS SIMPLE	4
1.1	<u>CONCEPTOS PREVIOS</u>	4
1.2	<u>DEFINICIÓN DE INTERÉS SIMPLE</u>	4
1.3	<u>FÓRMULAS DERIVADAS</u>	6
1.4	<u>INTERPRETACIÓN GRÁFICA</u>	8
2.	INTERÉS COMPUESTO	9
2.1	<u>DEFINICIÓN DE INTERÉS COMPUESTO</u>	9
2.2	<u>FÓRMULAS DERIVADAS</u>	11
2.3	<u>COMPARACIÓN ENTRE INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO</u>	12
2.4	<u>TASAS DE INTERÉS</u>	13
3.	DESCUENTO COMERCIAL	16
3.1	<u>CONCEPTOS PREVIOS SOBRE DESCUENTO</u>	16
3.2	<u>DESCUENTO COMERCIAL SIMPLE</u>	16
3.3	<u>DESCUENTO COMERCIAL COMPUESTO</u>	18
3.4	<u>TASAS DE DESCUENTO</u>	20
3.5	<u>RELACIÓN ENTRE LA TASA EFECTIVA DE DESCUENTO COMERCIAL SIMPLE Y UNA TASA EFECTIVA DE INTERÉS SIMPLE</u>	22
3.6	<u>RELACIÓN ENTRE LA TASA EFECTIVA DE DESCUENTO COMERCIAL COMPUESTA Y UNA TASA EFECTIVA DE INTERÉS COMPUESTO</u>	23
4.	DESCUENTO RACIONAL	24
4.1	<u>DESCUENTO RACIONAL SIMPLE</u>	24
4.2	<u>DESCUENTO RACIONAL COMPUESTO</u>	25
4.3	<u>RELACIÓN ENTRE LA TASA EFECTIVA DE DESCUENTO RACIONAL SIMPLE Y UNA TASA EFECTIVA DE INTERÉS SIMPLE</u>	26
4.4	<u>RELACIÓN ENTRE LA TASA EFECTIVA DE DESCUENTO RACIONAL COMPUESTA Y UNA TASA EFECTIVA DE INTERÉS COMPUESTO</u>	27
4.5	<u>EQUIVALENCIA ENTRE TASAS DE DESCUENTO RACIONAL</u>	27

5.	RENTAS	28
5.1	<u>DEFINICIONES</u>	28
5.2	<u>CLASIFICACIÓN DE LAS RENTAS</u>	28
5.3	<u>RENDA CIERTA, TEMPORAL, CONSTANTE, ENTERA, INMEDIATA Y VENCIDA</u>	29
5.4	<u>RENDA CIERTA, TEMPORAL, CONSTANTE, ENTERA, INMEDIATA Y ADELANTADA</u> ...	30
5.5	<u>RENDA CIERTA, PERPETUA, CONSTANTE, ENTERA, INMEDIATA Y VENCIDA</u>	33
5.6	<u>RENDA CIERTA, PERPETUA, CONSTANTE, ENTERA, INMEDIATA Y ADELANTADA</u> ...	33
5.7	<u>RENDA CIERTA, TEMPORAL, CONSTANTE, ENTERA, DIFERIDA Y VENCIDA</u>	34
6.	AMORTIZACIONES	35
6.1	<u>DEFINICIONES</u>	35
6.2	<u>CÁLCULO DE LA CUOTA DE AMORTIZACIÓN</u>	35
7.	INDICADORES PARA EVALUAR PROYECTOS	38
7.1	<u>CONCEPTOS PREVIOS</u>	38
7.2	<u>VALOR ACTUAL NETO (VAN)</u>	38
7.3	<u>TASA INTERNA DE RETORNO (TIR)</u>	41
7.4	<u>OTROS ELEMENTOS PARA EVALUAR PROYECTOS</u>	41
7.5	<u>COMPARACIÓN ENTRE VAN Y LOS DEMÁS ELEMENTOS PARA EVALUAR PROYECTOS</u>	43

ANEXOS

- I. ESTRUCTURA DE UN PROYECTO DE INVERSIÓN
- II. EJERCICIOS
- III. FÓRMULAS
- IV. PROGRESIONES
- V. PARCIALES

1. INTERÉS SIMPLE

1.1 Conceptos Previos

Tanto cuando depositamos o nos prestan dinero el banco nos paga o nos cobra un cierto interés. Este interés puede ser calculado de dos maneras diferente:

- Sin capitalizar intereses cada cierto período (Interés Simple)
- Capitalizando intereses cada cierto período (Interés Compuesto)

Comenzaremos en esta parte estudiando el cálculo de Interés Simple, para ello veremos previamente algunas definiciones de términos a utilizar:

Capital: Es la cantidad de dinero que depositamos o que nos prestan. Lo designaremos con la letra **C**. Ej. U\$S 10.000, \$ 100.000, etc.

Tiempo: Es el tiempo durante el cual depositamos o nos prestan el Capital C. Lo designaremos con la letra **T**. Ej. 3 meses, un año, etc.

Tasa de Interés: Se puede expresar de dos maneras diferentes a) Como la cantidad de dinero que producen 100 unidades de la moneda correspondiente durante un determinado tiempo T. En este caso también suele llamarse tanto por ciento, lo designaremos con la letra **R**. Ej. 5% anual, 2% trimestral, 1,5 % mensual, etc., b) Como la cantidad de dinero que producen una unidad de la moneda correspondiente durante un determinado tiempo. En este caso también suele llamarse tanto por uno. Lo designaremos con la letra **i**. Ej. 0,05 por uno anual, 0,02 por uno trimestral, 0,015 por uno mensual, etc. Cuando no se indica la unidad de tiempo se tomará por defecto que es anual.

Esto es aplicable tanto a depósitos como a préstamos. El tanto por uno es la centésima parte del tanto por ciento, de lo que resulta:

$$R = i \cdot 100$$

Interés : Es la cantidad de que recibimos o debemos pagar por el depósito o préstamo de un cierto Capital C. Lo designaremos con la letra **I**. Ej. U\$S 1.000, \$ 5.000, etc.

Monto : Es la cantidad de dinero que obtendremos o deberemos pagar (según sea depósito o préstamo) durante un cierto período de Tiempo T. En otras palabras, es la suma del Capital C con el que empezamos el período de tiempo T y los intereses generados durante el mismo. Lo designaremos con la letra **M**. Ej. U\$S 5.000, \$ 15.000, etc.

1.2 Definición de Interés Simple

Diremos que el Interés I es Interés Simple, cuando solamente es el Capital C que genera el mismo durante el tiempo T, período durante el cual dura la transacción realizada. Este interés depende del Capital C, el Tiempo T y la tasa de interés (R ó i), y es directamente proporcional a cada uno de ellos. Veremos como obtener la fórmula para hallar dicho Interés simple.

Calcularemos el Interés Simple I producido por un Capital C, colocado al R% anual durante un período de Tiempo T.

Según la definición de R, \$ 100 generarán \$ R durante un año. Haremos una regla de tres para determinar cuanto generan \$ C durante un año.

$$\begin{array}{l} \$ 100 \text{ -----} \\ \$ C \text{ -----} \end{array} \quad \begin{array}{l} \$ R \\ \$ X_{\text{año}} \end{array}$$

$$X_{\text{año}} = \frac{C \cdot R}{100}$$

$X_{\text{año}}$ = Interés generado durante un año

Calcularemos, mediante otra regla de tres, el interés generado durante un período de tiempo T.

$$\begin{array}{l} 1 \text{ año} \text{ -----} \\ T \text{ años} \text{ -----} \end{array} \quad \begin{array}{l} \$ X_{\text{año}} \\ \$ I \end{array}$$

$$I = T \cdot X_{\text{año}}$$

pero sustituyendo $X_{\text{año}}$ nos queda:

$$I = \frac{C \cdot R \cdot T}{100}$$

T y R deben estar dados en la misma unidad de tiempo, por ejemplo si la tasa R es anual, T debe estar en años.

Ejemplo de Aplicación 1: Hallar el interés simple que producen U\$S 3.000, colocados al 5% anual durante 4 años.

$$I = \frac{3.000 \cdot 5 \cdot 4}{100} = \text{U\$S } 600$$

En ciertas ocasiones, la tasa viene dada como tanto por uno (i), por lo que la fórmula de Interés Simple queda:

$$I = C \cdot i \cdot T$$

No debemos olvidar que la Tasa (R o i) y el Tiempo T deben estar dados en la misma unidad. Si no fuese así, se deben convertir a la misma unidad de tiempo. Para realizar la conversión tenemos que distinguir dos situaciones diferentes, si queremos calcular el Interés Simple exacto u ordinario. Para el primero se trabaja sobre un año con la cantidad de días exacto (365 ó 366 días), para el segundo se consideran los años de 360 días.

También se puede calcular el tiempo en forma exacta o aproximada. Para el primero se considera el número exacto de días que dura la transacción, para el segundo se supone el mes de 30 días.

Ejemplo de aplicación 2: Hallar el Interés Simple que produjo un Capital de \$ 10.000, colocado al 0,2 por uno anual desde el 3 de marzo al 21 de junio del mismo año (año normal).

Debemos distinguir los dos tipos de interés, el exacto y el ordinario, y a su vez en cada uno de ellos otros dos casos, con tiempo exacto o aproximado.

Tiempo Exacto:

$$\begin{array}{l} \text{días de marzo} + \text{días de abril} + \text{días de mayo} + \text{días de junio} \\ 28 \quad + \quad 30 \quad + \quad 31 \quad + \quad 21 \quad = \mathbf{110 \text{ días}} \end{array}$$

Tiempo Aproximado:

$$\text{Fracción de mes} = 21 - 3 = 18 \text{ días}$$

$$\text{Meses completos} = 3 \text{ meses} = 3 \cdot 30 = 90 \text{ días}$$

$$\text{Total de días} = \mathbf{108 \text{ días}}$$

Interés Simple Exacto:

Con Tiempo Exacto:

$$\begin{array}{l} 365 \text{ días} \text{ -----} 1 \text{ año} \\ 110 \text{ días} \text{ -----} X \end{array} \quad \Rightarrow \quad X = 0,30137 \text{ años}$$

$$I = 10.000 \cdot 0,20 \cdot 0,30137 = \mathbf{\$ 602,74}$$

Con Tiempo Aproximado:

$$\begin{array}{l} 365 \text{ días} \text{ ----- } 1 \text{ año} \\ 108 \text{ días} \text{ ----- } X \end{array} \Rightarrow X = 0,29589 \text{ años}$$

$$I = 10.000 \cdot 0,20 \cdot 0,29589 = \$ 591,78$$

Interés Simple Ordinario:

Con Tiempo Exacto:

$$\begin{array}{l} 360 \text{ días} \text{ ----- } 1 \text{ año} \\ 110 \text{ días} \text{ ----- } X \end{array} \Rightarrow X = 0,30556 \text{ años}$$

$$I = 10.000 \cdot 0,20 \cdot 0,30556 = \$ 611,12$$

Con Tiempo Aproximado:

$$\begin{array}{l} 360 \text{ días} \text{ ----- } 1 \text{ año} \\ 108 \text{ días} \text{ ----- } X \end{array} \Rightarrow X = 0,30000 \text{ años}$$

$$I = 10.000 \cdot 0,20 \cdot 0,30000 = \$ 600,0$$

De las cuatro maneras resultantes de calcular el Interés Simple en el ejercicio anterior, la más usada es el Interés Simple Ordinario con Tiempo Exacto.

1.3 Fórmulas Derivadas

Veremos a continuación de que manera calcular cada una de las variables en juego, conociendo las restantes.

Monto Final M

Según lo habíamos definido, el Monto final M era la suma del Capital inicial C y los intereses generados durante el tiempo que dure la transacción. De esto resulta:

$$M = C + I$$

Pero también teníamos que $I = C \cdot i \cdot T$, de modo que sustituyendo I en la fórmula anterior resulta:

$$M = C + C \cdot i \cdot T$$

$$M = C \cdot (1 + i \cdot T)$$

Ejemplo de aplicación 3: Si depositamos un Capital de U\$S 10.000 durante 2 años a un tasa del 5% anual, ¿cuál será el Monto Final obtenido?

$$M = 10.000 \cdot (1 + 0,05 \cdot 2) = \text{U\$S } 11.000$$

Tasa R

De la fórmulas de Interés Simple y Monto Final podemos despejar R e i, quedándonos:

$$R = \frac{100 \cdot I}{C \cdot T}$$

$$i = \frac{I}{C \cdot T}$$

$$i = \frac{\frac{M}{C} - 1}{T}$$

Ejemplo de aplicación 4: ¿A qué tasa fue colocado un Capital de U\$S 15.000 si durante 3 años generó un Interés Simple de U\$S 1.800?

$$R = \frac{100 \cdot 1.800}{15.000 \cdot 3} = 4\%$$

Tiempo T

De las fórmulas de Interés Simple y el Monto Final, podemos despejar T, quedándonos:

$$T = \frac{100 \cdot I}{C \cdot R}$$

$$T = \frac{I}{C \cdot i}$$

$$T = \frac{\frac{M}{C} - 1}{i}$$

En estas fórmulas, el T estará dado en la unidad en la que está expresada R e i. Por ejemplo, si R es anual, el tiempo T estará expresado en años.

Generalmente estará en años y dará un número decimal por lo que para expresarlo en años, meses y días, todo en días, etc. debemos realizar reglas de tres.

Ejemplo de aplicación 5: ¿Durante que tiempo fue colocado un Capital de U\$S 10.000 si colocado al 5% anual generó un Interés Simple de U\$S 1.400?

$$T = \frac{100 \cdot 1.400}{10.000 \cdot 5} = 2,8 \text{ años}$$

Convertiremos este resultado a días:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ año} \quad \text{-----} \quad 360 \text{ días} \\ 2,8 \text{ años} \quad \text{-----} \quad X \end{array} \quad \Rightarrow \quad X = 1.008 \text{ días}$$

Capital Inicial C

De la fórmula de Interés Simple podemos despejar C, quedándonos:

$$C = \frac{100 \cdot I}{R \cdot T}$$

$$C = \frac{I}{i \cdot T}$$

$$C = \frac{M}{1 + i \cdot T}$$

2. INTERÉS COMPUESTO

2.1 Definición de Interés Compuesto

Cuando considerábamos Interés Simple, sólo el Capital Inicial generaba intereses. En el Interés Compuesto, los intereses se capitalizan con cierta periodicidad (mensual, trimestral, etc.), es decir se van agregando al Capital Inicial, generando también intereses. El Capital aumenta periódicamente y por tanto los intereses que se van generando.

Sigue valiendo la relación entre el Capital C, el Monto Final M y el Interés generado I, resultando: $I = M - C$. Veremos como calcular el Monto final M para luego si poder hacerlo con el Interés Compuesto con la fórmula anterior.

Resolveremos primero un ejercicio sencillo de Interés Compuesto, utilizando la fórmula de Interés simple.

Un Capital de \$ 100.000 es colocado al 5% anual durante un período de 3 años, capitalizándose los intereses al final de cada año. Calcular el Monto final y los Intereses generados.

Calcularemos primero el Interés y el Monto generados al final del primer año:

$$I_1 = \frac{100.000 \cdot 5 \cdot 1}{100} = \$ 5.000$$

$$M_1 = C_1 + I_1 = 100.000 + 5.000 = \$ 105.000$$

El segundo año lo comenzaremos con un Capital que será igual al Monto con que terminamos el primer año (suma de Capital Inicial más el Interés generado en ese primer año). Es decir:

$$C_2 = M_1 = \$ 105.000$$

Calcularemos el Interés y el Monto generados durante el segundo año:

$$I_2 = \frac{105.000 \cdot 5 \cdot 1}{100} = \$ 5.250$$

$$M_2 = C_2 + I_2 = 105.000 + 5.250 = \$ 110.250$$

El tercer año lo comenzaremos con un Capital que será igual al Monto con que terminamos el segundo año (suma de Capital con que iniciamos el segundo año más el Interés generado en ese mismo año). Es decir:

$$C_3 = M_2 = \$ 110.250$$

Calcularemos el Interés y el Monto generados durante el tercer año:

$$I_3 = \frac{110.250 \cdot 5 \cdot 1}{100} = \$ 5.512,50$$

$$M_3 = C_3 + I_3 = 110.250 + 5.512,50 = \$ 115.762,50$$

Quiere decir que el Monto al final del período que dura la transacción es:

$$M = \$ 115.762,50$$

El Interés generado será:

$$I = 115.762,50 - 100.000 = \$ 15.762,50$$

Hagamos una tabla que resuma el ejercicio:

Año	Capital Inicial	Intereses	Monto Final
1	100.000	5.000	105.000
2	105.000	5.250	110.250
3	110.250	5.512,50	115.762,50
		15.762,50	

Veremos la manera de obtener una fórmula para calcular directamente el Monto Final.

Realizaremos el mismo procedimiento utilizado para resolver el ejercicio anterior, pero utilizando las variables como tales, sin sustituirlas por valores. Comenzamos con un Capital C , colocado a una Tasa i , durante un tiempo T , con capitalización de intereses anual.

El Interés y el Monto generados al final del primer año es:

$$I_1 = C \cdot i \cdot 1 = C \cdot i$$

$$M_1 = C + I_1 = C + C \cdot i = C \cdot (1 + i)$$

El segundo año lo comenzaremos con un Capital de:

$$C_2 = M_1 = C \cdot (1 + i)$$

El Interés y el Monto generados durante el segundo año:

$$I_2 = C_2 \cdot i \cdot 1 = C_2 \cdot i$$

$$M_2 = C_2 + I_2 = C_2 + C_2 \cdot i = C_2 \cdot (1 + i)$$

Sustituyendo C_2 por lo que nos había dado:

$$M_2 = C \cdot (1 + i) \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i)^2$$

El tercer año lo comenzaremos con un Capital de:

$$C_3 = M_2 = C \cdot (1 + i)^2$$

El Interés y el Monto generados durante el tercer año será:

$$I_3 = C_3 \cdot i \cdot 1 = C_3 \cdot i$$

$$M_3 = C_3 + I_3 = C_3 + C_3 \cdot i = C_3 \cdot (1 + i)$$

Sustituyendo C_3 por lo que nos había dado:

$$M_3 = C \cdot (1 + i)^2 \cdot (1 + i) = C \cdot (1 + i)^3$$

Demostraremos por inducción completa que la fórmula para calcular el Monto Final en Interés Compuesto es:

$$M = C \cdot (1 + i)^T$$

Para $T = 1$ se cumple ya que lo calculamos anteriormente:

$$M = C \cdot (1 + i) \quad \text{se cumple}$$

Suponemos que para $T = N$ se cumple y demostraremos que también se cumple para $T = N + 1$:

$$\text{Hipótesis)} \quad M_N = C \cdot (1 + i)^N$$

$$\text{Tesis)} \quad M_{N+1} = C \cdot (1 + i)^{N+1}$$

Si nos situamos al comienzo del año $T = N + 1$, el Capital C_{N+1} con que empezamos dicho año es:

$$C_{N+1} = M_N = C \cdot (1 + i)^N$$

El Interés y el Monto generados durante el año $T = N + 1$ son:

$$I_{N+1} = C_{N+1} \cdot i \cdot 1 = C_{N+1} \cdot i$$

$$M_{N+1} = C_{N+1} + I_{N+1} = C_{N+1} + C_{N+1} \cdot i = C_{N+1} \cdot (1 + i)$$

Sustituyendo C_{N+1} por lo que nos había dado, queda demostrada la Tesis:

$$M_{N+1} = C \cdot (1+i)^N \cdot (1+i) = C \cdot (1+i)^{N+1}$$

Entonces, podemos decir que la fórmula para hallar el Monto Final con Interés Compuesto es:

$$M = C \cdot (1+i)^T$$

Por otro lado, como el Interés Compuesto estaba dado como $I = M - C$, sustituyendo M nos queda:

$$I = C \cdot (1+i)^T - C$$

$$I = C \cdot [(1+i)^T - 1]$$

En ambas fórmulas, el Tiempo T y la Tasa i deben estar dados en unidades iguales al período de capitalización. Es decir, si la capitalización es trimestral, el Tiempo debe estar en trimestres y la Tasa i trimestral.

Ejercicio de Aplicación 1 : Hallar el Interés y el Monto Final que generó un Capital de U\$S 13.000, colocado al 6% anual durante 4 años, con capitalización de intereses trimestral.

Como la capitalización es trimestral, debemos convertir el Tiempo en trimestres y la Tasa en trimestral.

$$i = \frac{6}{100} = 0,06 \text{ por uno anual} \Rightarrow i = \frac{0,06}{4} = 0,015 \text{ trimestral}$$

$$T = 4 \cdot 4 = 16 \text{ trimestres}$$

$$M = 13.000 \cdot (1 + 0,015)^{16}$$

$$M = 13.000 \cdot (1,015)^{16}$$

$$M = 13.000 \cdot 1,268986 = \text{U\$S } 16.496,82$$

$$I = M - C$$

$$I = 16.496,82 - 13.000 = \text{U\$S } 3.496,82$$

2.2 Fórmulas Derivadas

De la fórmula de Monto hallada anteriormente podemos despejar C, quedándonos:

$$C = \frac{M}{(1+i)^T}$$

Ejercicio de Aplicación 2 : Hallar el Capital que produjo un Monto Final de U\$S 8.000, si fue colocado al 6% anual durante 5 años, con capitalización de intereses anual.

$$C = \frac{8.000}{(1+0,06)^5} = \text{U\$S } 5.978,07$$

De la fórmula de Monto hallada anteriormente podemos despejar T, quedándonos:

$$\log M = \log C \cdot (1+i)^T$$

$$\log M = \log C + \log(1+i)^T$$

$$\log M = \log C + T \cdot \log(1+i)$$

$$\log M - \log C = T \cdot \log(1+i)$$

$$T = \frac{\log M - \log C}{\log(I + i)}$$

Ejercicio de Aplicación 3 : Hallar el Tiempo durante el cual estuvo colocado un Capital de U\$S 15.000, que al 5% anual generó un Monto Final de U\$S 21.000, habiendo tenido capitalización de intereses mensual.

$$T = \frac{\log 21.000 - \log 15.000}{\log(I + \frac{0,05}{12})}$$

$$T = \frac{4,322219 - 4,176091}{0,001806} = 80,91 \text{ meses}$$

Expresaremos la fracción de mes en días:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ mes} \quad \text{-----} \quad 30 \text{ días} \\ 0,91 \text{ mes} \quad \text{-----} \quad X \end{array} \quad \Rightarrow \quad X = 27 \text{ días}$$

El resultado final es :

$$T = 80 \text{ meses } 27 \text{ días}$$

De la fórmula de Monto hallada anteriormente podemos despejar i , quedándonos:

$$\frac{M}{C} = (I + i)^T$$

$$\sqrt[T]{\frac{M}{C}} = I + i$$

$$i = \sqrt[T]{\frac{M}{C}} - I$$

Ejercicio de Aplicación 4: Hallar la Tasa a la que fue colocado un Capital de \$ 18.000, que durante 6 años generó un Monto Final de \$ 40.000, habiendo tenido capitalización de intereses anual.

$$i = \sqrt[6]{\frac{40.000}{18.000}} - 1 = 0,1423 \text{ por uno}$$

$$R = 14,23\%$$

2.3 Comparación entre Interés Simple y Compuesto

Supongamos que tenemos un Capital C el cual podemos depositar en dos modalidades diferentes:

- Sin capitalización de intereses (Interés Simple)
- Con capitalización de intereses (Interés Compuesto)

El período durante el cual lo depositamos es T , y este Tiempo está indicado en unidades de tiempo iguales al período de capitalización.

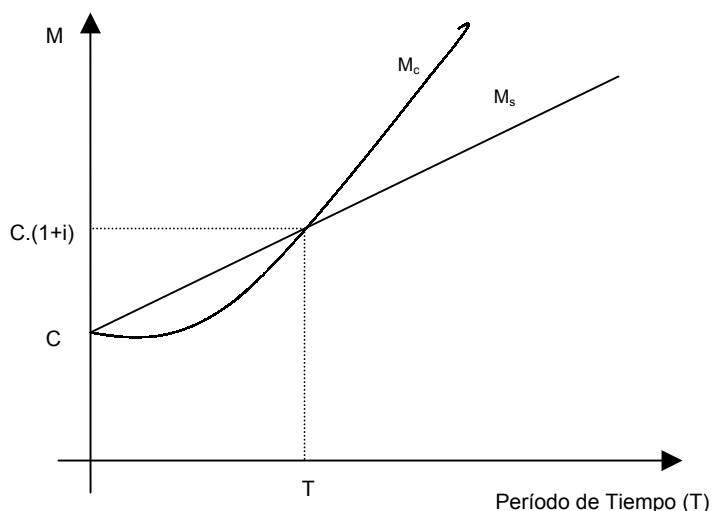
En el primer caso (Interés Simple) no habrá capitalización de intereses, y el Monto Final queda de la siguiente manera:

$$M = C + C \cdot i \cdot T = C \cdot (1 + i \cdot T)$$

En el caso que tenemos capitalización de intereses (Interés Compuesto), el Monto Final queda:

$$M = C \cdot (1 + i)^T$$

Vamos a graficar ambos Montos:



De la gráfica anterior, podemos sacar las siguientes conclusiones:

$T = 0$	$M_s = M_c = C$
$0 < T < 1$	$M_s > M_c$
$T = 1$	$M_s = M_c = C \cdot (1 + i)$
$T > 1$	$M_s < M_c$

2.4 Tasas de Interés

Cuando estamos trabajando con Interés Compuesto, el dato de la Tasa que tenemos puede ser:

- Tasa de Interés Nominal (R_N, i_N)
- Tasa Efectiva de Interés (R_E, i_E)
- Tasa Efectiva de Interés en el Período de Capitalización (R_C, i_C)
- Tasa de Interés Real (R_R, i_R)
- Tasa de Interés Instantánea (R_I, i_I)

Tasa de Interés Nominal

La Tasa de Interés Nominal es aquella que tiene 2 capitalizaciones por lo menos en la unidad de Tiempo en la que está definida. Por ejemplo, si la Tasa es anual y las capitalizaciones son trimestrales. La Tasa indicada en el *Ejercicio de Aplicación 1* es la Tasa de Interés Nominal anual.

$$R_N = 6\% \text{ anual}$$

$$i_N = 0,06 \text{ por uno anual}$$

Tasa Efectiva de Interés

La Tasa Efectiva de Interés es aquella que efectivamente ganamos en el período de Tiempo en el que está definida. Esta Tasa es mayor que la Tasa de Interés Nominal, siempre que ambas estén definidas en un cierto período. En el *Ejercicio de Aplicación 1* la Tasa Efectiva de Interés anual se calcula de la siguiente manera:

$$i_E = (1 + 0,015)^4 - 1 = 0,06136 \text{ por uno anual}$$

$$R_E = 6,136\% \text{ anual}$$

Tasa Efectiva de Interés en el Período de Capitalización

Es la Tasa de Interés que se aplica a cada período de capitalización. En el *Ejercicio de Aplicación 1* la Tasa Efectiva de Interés en el Período de Capitalización se calcula de la siguiente manera:

$$R_C = \frac{6}{4} = 1,5\% \text{ trimestral} \qquad i_C = \frac{0,06}{4} = 0,015 \text{ por uno trimestral}$$

Tasa de Interés Real

Cuando alguien fija el valor de la Tasa de Interés a cobrar en un cierto préstamo por ejemplo, tiene en cuenta dos cosas:

- Tasa de Inflación en la moneda que se realiza la operación y en el período que dure el préstamo
- Beneficio que desea obtener

Esta última componente de la Tasa de Interés (el beneficio que se desea obtener) se llama Tasa Real. Si llamamos i_D a la Tasa de Inflación y q a la cantidad de capitalizaciones que se tienen en una unidad de tiempo, veremos cual es la relación de la Tasa de Interés Real con las restantes Tasas.

$$\left(1 + \frac{i_N}{q}\right)^q = (1 + i_C)^q = (1 + i_E) = (1 + i_D) \cdot (1 + i_R)$$

De la relación anterior se puede obtener cualquiera de las Tasas involucradas en función de las otras.

Ejercicio de Aplicación 5: Si se tiene que la inflación esperada es de 11% y la Tasa de Interés cobrada por el Banco es de 20%, calcular cual es la Tasa de Interés Real.

$$(1 + 0,20) = (1 + 0,11) \cdot (1 + i_R)$$

$$i_R = 0,08108 \text{ por uno}$$

$$R_R = 8,108\%$$

Tasa de Interés Instantánea

La Tasa de Interés Instantánea es la mayor Tasa Efectiva de Interés para una determinada Tasa de Interés Nominal.

Para una misma Tasa de Interés Nominal, a menor período de capitalización corresponde mayor interés, por lo que la Tasa de Interés Instantánea será aquella en la que el período de capitalización tiende a cero, o visto de otra manera, la cantidad de capitalizaciones en una unidad de tiempo tiende a ∞ .

Veremos como obtener una fórmula para calcular la Tasa de Interés Instantánea. Partiremos de la siguiente fórmula ya hallada:

$$(1 + i_I) = (1 + i_C)^q$$

Si sustituimos i_C en función de i_N tenemos:

$$(1 + i_I) = \left(1 + \frac{i_N}{q}\right)^q = \left(1 + \frac{I}{q/i_N}\right)^q = \left[\left(1 + \frac{I}{q/i_N}\right)^{q/i_N}\right]^{i_N}$$

Cuando $q \rightarrow \infty$:

$$\left(1 + \frac{i}{q}\right)^{q/i} \rightarrow e$$

Entonces resulta:

$$(1 + i) = e^{iN}$$

Despejando i nos queda:

$$i = e^{iN} - 1$$

Despejando i_N nos queda:

$$L(1 + i) = Le^{iN}$$

$$L(1 + i) = i_N \cdot Le$$

$$i_N = L(1 + i)$$

Ejercicio de Aplicación 6: Dada una Tasa de Interés Nominal de 5% mensual, hallar la máxima Tasa Efectiva de Interés que puede ser cobrada.

$$i = e^{0,05} - 1 = \mathbf{0,05127 \text{ por uno mensual}}$$

$$I_R = \mathbf{5,127\% \text{ mensual}}$$

El cálculo del Monto para el caso que tengamos capitalización de intereses instantánea nos queda:

$$M = C \cdot e^{T \cdot i_N}$$

3. DESCUENTO COMERCIAL

3.1 Conceptos Previos Sobre Descuento

Un Descuento consiste en recibir una cierta cantidad de dinero a cambio de la posesión de uno o varios documentos a cobrar en el futuro. En la fecha de vencimiento, si los mismos no pueden ser cobrados, la persona que los entregó a cambio de dinero deberá hacerse cargo de los mismos.

En el tema de Descuentos existen varios conceptos que es necesario definir con claridad. Veremos a continuación cada uno de ellos.

Pagaré o Conforme: Es una promesa escrita de pago de una determinada cantidad de dinero estipulada en el mismo, en una fecha dada. En ellos suele indicarse la fecha en que se suscribió, el deudor, la fecha de vencimiento, el monto (incluyendo o no los intereses) y la Tasa de Interés (si los intereses no están incluidos en el monto).

Valor Nominal: Cantidad de dinero indicada en el documento (V_N).

Valor Actual: Valor que se recibe por descontar el documento (V_A).

Tasa Efectiva de Descuento: Es el descuento por unidad de tiempo que nos hacen por adelantar el cobro de una unidad monetaria (d). Ej. 0,03 por uno mensual. También puede expresarse como tanto por ciento (d%). Ej. 3% mensual.

Tiempo de Vencimiento: Tiempo que va desde que se descuenta el documento hasta su vencimiento (T). El Tiempo y la Tasa de Descuento deben estar dados en la misma unidad de tiempo.

Definidos estos conceptos, podemos definir el Descuento (D) como la diferencia entre el Valor Nominal y el Valor Actual.

$$D = V_N - V_A$$

Un Descuento se puede asociar a un préstamo. En el Descuento existe una persona que recibe dinero a cambio de documentos por un valor superior, a cobrar en una fecha futura. Al cobrar los documentos, este dinero estará compuesto por la cantidad adelantada más otra que representará de alguna forma intereses por el servicio. La correspondencia entre los dos casos (Descuento y Préstamo) es:

- Valor Actual \Rightarrow Capital Prestado
- Valor Nominal \Rightarrow Monto Final
- Descuento \Rightarrow Interés

Según sobre que valor se aplica la Tasa de Descuento y si hay o no aplicaciones periódicas (el equivalente a la capitalización en interés compuesto) tendremos distintos tipos de Descuentos:

- Descuento Comercial Simple
- Descuento Comercial Compuesto
- Descuento Racional Simple
- Descuento Racional Compuesto

La diferencia entre un Descuento Comercial Simple y uno Compuesto es que en éste último se realizan Aplicaciones (equivalente a capitalización de intereses) cada cierto período.

3.2 Descuento Comercial Simple

En el Descuento Comercial Simple, la Tasa de Descuento se aplica sobre el Valor Nominal del Documento.

Si el documento es de un Valor nominal V_N , que vence en T unidades de tiempo y es descontado a la Tasa Efectiva de descuento d , y retrocedemos desde la fecha de vencimiento una unidad de tiempo hacia atrás tenemos:

$$D_{T-1,T} = d \cdot V_N$$

$$V_{A,T-1} = V_N - D_{T,T-1} = V_N - d \cdot V_N$$

$$V_{A,T-1} = V_N \cdot (1 - d)$$

Si consideramos el Descuento para el período $(T-1,T-2)$, éste resulta:

$$D_{T-2,T-1} = d \cdot V_N$$

$$V_{A,T-2} = V_N - D_{T,T-1} - D_{T-2,T-1} = V_N - d \cdot V_N - d \cdot V_N$$

$$V_{A,T-2} = V_N \cdot (1 - 2 \cdot d)$$

Si hacemos lo mismo para el período $(T-2,T-3)$, resulta:

$$D_{T-3,T-2} = d \cdot V_N$$

$$V_{A,T-3} = V_N - D_{T,T-1} - D_{T-2,T-1} - D_{T-3,T-2} = V_N - d \cdot V_N - d \cdot V_N - d \cdot V_N$$

$$V_{A,T-3} = V_N \cdot (1 - 3 \cdot d)$$

Si seguimos aplicando este procedimiento, resultaría:

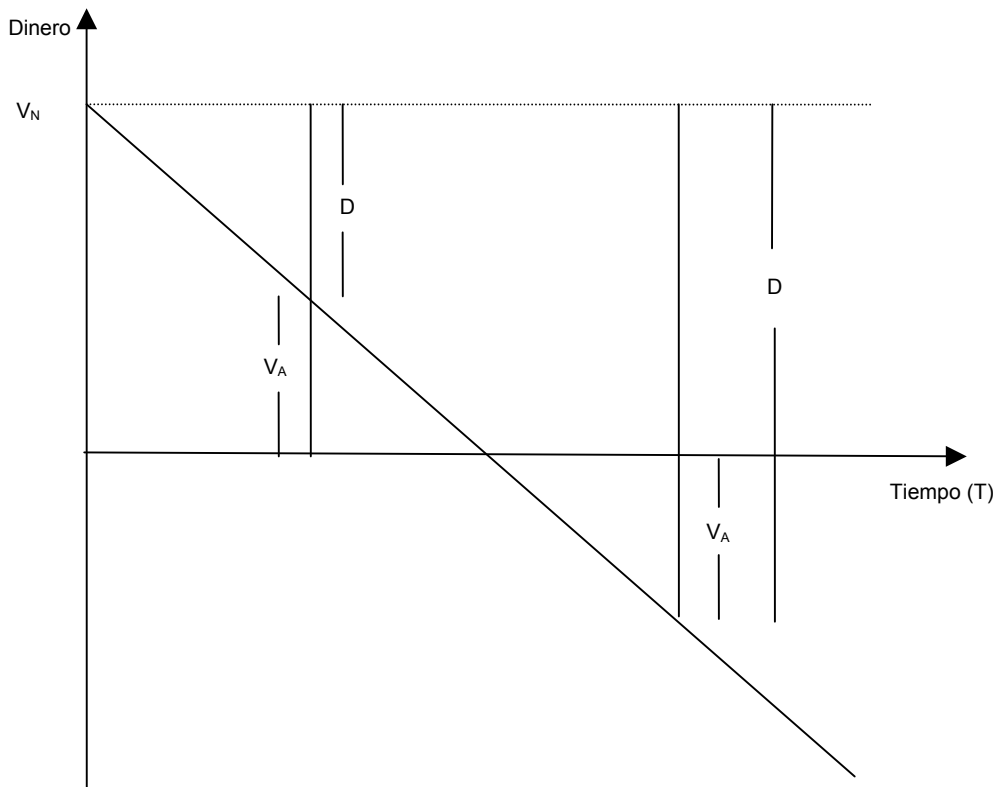
$$D = \sum_{n=1}^{n=T} d \cdot V_N = T \cdot d \cdot V_N$$

$$V_A = V_N - D = V_N - T \cdot d \cdot V_N$$

$$D = V_N \cdot T \cdot d$$

$$V_A = V_N \cdot (1 - T \cdot d)$$

Veremos la interpretación gráfica de la fórmula anterior:



Si $T \cdot d > 1$ deberíamos pagar por descontar un documento, lo que resultaría ilógico. Es por esto que surge el concepto de Descuento Comercial Compuesto, el que veremos más adelante.

Ejercicio de Aplicación 1 : Un documento cuyo Valor Nominal es de \$ 40.000 y vence dentro de 5 meses, es descontado con Descuento Comercial Simple al 4% mensual. Calcular la cantidad de dinero que se recibirá por el descuento.

Lo que tenemos que calcular es el Valor Actual del documento.

$$V_A = 40.000 \cdot (1 - 5 \cdot 0,04)$$

$$V_A = 40.000 \cdot 0,80 = \$ 32.000$$

Fórmulas Derivadas

De la fórmula de V_A y D halladas anteriormente podemos despejar V_N , quedándonos:

$$V_N = \frac{V_A}{1 - T \cdot d}$$

$$V_N = \frac{D}{T \cdot d}$$

Si ahora despejamos T nos queda:

$$T = \frac{1 - V_A/V_N}{d}$$

$$T = \frac{D}{V_N \cdot d}$$

Si ahora despejamos d nos queda:

$$d = \frac{1 - V_A/V_N}{T}$$

$$d = \frac{D}{V_N \cdot T}$$

3.3 Descuento Comercial Compuesto

En el Descuento Comercial Compuesto, la Tasa de Descuento se aplica sobre el Valor al final de la unidad de tiempo sobre la que estamos calculando el descuento.

Si el documento es de un Valor nominal V_N , que vence en T unidades de tiempo y es descontado a la Tasa Efectiva de descuento d , y retrocedemos desde la fecha de vencimiento una unidad de tiempo hacia atrás tenemos :

$$D_{T-1, T} = d \cdot V_N$$

$$V_{A, T-1} = V_N - D_{T, T-1} = V_N - d \cdot V_N$$

$$V_{A,T-1} = V_N \cdot (1-d)$$

Si consideramos el Descuento para el período (T-1,T-2), éste resulta:

$$\begin{aligned} D_{T-2,T-1} &= d \cdot V_{A,T-1} = V_N \cdot d \cdot (1-d) \\ V_{A,T-2} &= V_{A,T-1} - D_{T-2,T-1} = V_{A,T-1} - V_{A,T-1} \cdot d \\ V_{A,T-2} &= V_{A,T-1} \cdot (1-d) = V_N \cdot (1-d) \cdot (1-d) \\ V_{A,T-2} &= V_N \cdot (1-d)^2 \end{aligned}$$

Demostraremos por inducción completa que la fórmula para calcular el Descuento Comercial Compuesto es:

$$V_A = V_N \cdot (1-d)^T$$

Para T = 1 se cumple ya que lo calculamos anteriormente:

$$V_A = V_N \cdot (1-d) \quad \text{se cumple}$$

Suponemos que para T = n se cumple y demostraremos que también se cumple para T = n - 1:

$$\begin{aligned} \text{Hipótesis)} \quad V_{A,n} &= V_N \cdot (1-d)^n \\ \text{Tesis)} \quad V_{A,n+1} &= V_N \cdot (1-d)^{n+1} \end{aligned}$$

Si nos situamos al final de la unidad de tiempo $T = n - 1$, el Valor será igual al del comienzo del período de Tiempo $T = n$, es decir:

$$V_{A,n} = V_N \cdot (1-d)^n$$

El Descuento correspondiente a ese período de tiempo y el Valor al comienzo del mismo son:

$$\begin{aligned} D_{n-1} &= V_{A,n} \cdot d \\ V_{A,n-1} &= V_{A,n} - D_{n-1} = V_{A,n} - V_{A,n} \cdot d = V_{A,n} \cdot (1-d) \\ V_{A,n-1} &= V_N \cdot (1-d)^n \cdot (1-d) \\ V_{A,n-1} &= V_N \cdot (1-d)^{n+1} \end{aligned}$$

Entonces, podemos decir que la fórmula para hallar el Valor Actual con Descuento Comercial Compuesto es:

$$V_A = V_N \cdot (1-d)^T$$

Ejercicio de Aplicación 2 : Un documento cuyo Valor Nominal es de \$ 30.000 y vence dentro de 6 meses, es descontado con Descuento Comercial Compuesto al 54% anual con aplicaciones mensuales. Calcular la cantidad de dinero que se recibirá por el descuento.

Lo que tenemos que calcular es el Valor Actual del documento.

$$i = \frac{54}{100} = 0,54 \text{ por uno anual} \Rightarrow i = \frac{0,54}{12} = 0,045 \text{ mensual}$$

$$\begin{aligned} V_A &= 30.000 \cdot (1 - 0,045)^6 \\ V_A &= 30.000 \cdot 0,758613 = \$ 22.758,39 \end{aligned}$$

Fórmulas Derivadas

De la fórmula de V_A hallada anteriormente podemos despejar V_N , quedándonos:

$$V_N = \frac{V_A}{(1-d)^T}$$

De la fórmula de V_A hallada anteriormente podemos despejar T , quedándonos:

$$\begin{aligned} \log V_A &= \log V_N \cdot (1-d)^T \\ \log V_A &= \log V_N + \log(1-d)^T \\ \log V_A &= \log V_N + T \cdot \log(1-d) \\ \log V_A - \log V_N &= T \cdot \log(1-d) \end{aligned}$$

$$T = \frac{\log V_A - \log V_N}{\log(1-d)}$$

De la fórmula de V_A hallada anteriormente podemos despejar i , quedándonos:

$$\begin{aligned} \frac{V_A}{V_N} &= (1-d)^T \\ \sqrt[T]{\frac{V_A}{V_N}} &= 1-d \end{aligned}$$

$$d = 1 - \sqrt[T]{\frac{V_A}{V_N}}$$

3.4 Tasas de Descuento

Al igual que en Interés Compuesto, el dato de la Tasa que tenemos puede ser:

- Tasa de Descuento Nominal (d_N)
- Tasa de Descuento Efectiva (d_E)
- Tasa Efectiva de Descuento en el Período de Capitalización (d_C)
- Tasa de Descuento Real (d_R)
- Tasa de Descuento Instantánea (d_i)

Tasa de Descuento Nominal

La Tasa de Descuento Nominal es aquella que tiene 2 aplicaciones por lo menos en la unidad de Tiempo en la que está definida. Por ejemplo, si la Tasa de Descuento es anual y las capitalizaciones son trimestrales. En el *Ejercicio de Aplicación 2* la Tasa de Descuento nominal es 54% anual.

$$d_N = 0,54 \text{ por uno anual}$$

Tasa Efectiva de Descuento

La Tasa Efectiva de Descuento es aquella que efectivamente nos aplican en el período de Tiempo en el que está definida. Esta Tasa es menor que la Tasa de Descuento Nominal, siempre que ambas estén definidas en un cierto período. En el *Ejercicio de Aplicación 2* la Tasa Efectiva de Descuento anual se calcula de la siguiente manera:

$$d_E = 1 - (1 - 0,045)^{12} = 0,42451 \text{ por uno mensual}$$

Tasa Efectiva de Descuento en el Período de Capitalización

Es la Tasa que se aplica a cada período de capitalización. En el *Ejercicio de Aplicación 2* la Tasa Efectiva de Descuento en el Período de Capitalización se calcula de la siguiente manera:

$$d_C = \frac{0,54}{12} = 0,045 \text{ por uno mensual}$$

Tasa de Descuento Real

Cuando alguien fija el valor de la Tasa Descuento a considerar en un cierto préstamo por ejemplo, tiene en cuenta dos cosas:

- Tasa de Inflación en el período en que se hace el descuento
- Beneficio que desea obtener

Esta última componente de la Tasa (beneficio que se desea obtener), se llama Tasa de Descuento Real. Si llamamos i_D a la Tasa de Inflación y q a la cantidad de aplicaciones que se tienen en una unidad de tiempo, veremos cual es la relación de la Tasa de Descuento Real con las restantes Tasas.

$$\left(1 - \frac{d_N}{q}\right)^q = (1 - d_C)^q = (1 - d_E) = (1 - i_D) \cdot (1 - d_R)$$

De la relación anterior se puede obtener cualquiera de las Tasas de Descuento involucradas en función de las otras.

Ejercicio de Aplicación 3: Si se tiene que la inflación esperada es de 13% y la Tasa de Descuento cobrada por el Banco es de 27%, calcular cual es la Tasa de Descuento Real.

$$(1 - 0,27) = (1 - 0,13) \cdot (1 - d_R)$$

$$d_R = 0,16092 \text{ por uno}$$

Tasa de Descuento Instantánea

La Tasa de Descuento Instantánea es la mínima Tasa Efectiva de Descuento para una determinada Tasa de Descuento Nominal.

Para una misma Tasa de Descuento Nominal, a menor período de aplicación corresponde menor interés, por lo que la Tasa de Descuento Instantánea será aquella en la que el período de aplicación tiende a cero, o visto de otra manera, la cantidad de aplicaciones en una unidad de tiempo tiende a ∞ .

Veremos como obtener una fórmula para calcular la Tasa de Descuento Instantánea. Partiremos de la siguiente fórmula ya hallada:

$$(1 - d_I) = (1 - d_C)^q$$

Si sustituimos d_C en función de d_N tenemos:

$$(1 - d_I) = \left(1 - \frac{d_N}{q}\right)^q = \left(1 + \frac{1}{\frac{q}{-d_N}}\right)^q = \left[\left(1 + \frac{1}{\frac{q}{-d_N}}\right)^{\frac{q}{-d_N}}\right]^{-d_N}$$

Cuando $q \rightarrow \infty$:

$$\left(1 + \frac{1}{\frac{q}{-d_N}}\right)^{\frac{q}{-d_N}} \rightarrow e$$

Entonces resulta:

$$(1 - d_I) = e^{-d_N}$$

Despejando d_I nos queda:

$$d_I = 1 - e^{-d_N}$$

Despejando d_N nos queda:

$$\begin{aligned}d_I - 1 &= -e^{-d_N} \\1 - d_I &= e^{-d_N} \\L(1 - d_I) &= L(e^{-d_N}) \\-d_N \cdot Le &= L(1 - d_I) \\-d_N &= L(1 - d_I)\end{aligned}$$

$$d_N = -L(1 - d_I)$$

También podemos poner:

$$V_A = V_N \cdot e^{-T \cdot d_N}$$

Ejercicio de Aplicación 4: Dada una Tasa de Descuento Nominal de 6% mensual, hallar la mínima Tasa Efectiva de Descuento que puede ser aplicada.

$$d_I = 1 - e^{-0,06} = \mathbf{0,05823 \text{ por uno}}$$

El cálculo del Valor Actual para el caso que tengamos aplicaciones instantáneas nos queda:

$$V_A = V_N \cdot e^{-T \cdot d_N}$$

3.5 Relación entre la Tasa Efectiva de Descuento Comercial Simple y una Tasa Efectiva de Interés Simple

Diremos que una Tasa de Interés es equivalente a una Tasa de Descuento si a iguales Valores en el presente (Capital y Valor Actual respectivamente), luego de transcurrido un mismo período de Tiempo, se obtienen al final del mismo iguales Valores (Monto Final y Valor Nominal respectivamente). Esto es aplicable también a cualquiera de las equivalencias que veremos más adelante.

$$\begin{aligned}C &= V_A = X \\M &= V_N = Y\end{aligned}$$

Sustituyendo en las fórmulas correspondientes tenemos:

$$\begin{aligned}Y &= X \cdot (1 + T \cdot i) \\Y &= \frac{X}{1 - T \cdot d}\end{aligned}$$

De lo anterior se puede deducir resolviendo el sistema que:

$$1 + T \cdot i = \frac{1}{1 - T \cdot d}$$

Despejando, nos queda para que se cumpla la equivalencia:

$$i = \frac{d}{1 - T \cdot d}$$

$$d = \frac{i}{1 + T \cdot i}$$

En las fórmulas anteriores, d e i deben estar expresadas en la misma unidad de tiempo.

Ejercicio de Aplicación 5: Hallar la Tasa Efectiva de Interés Simple Mensual equivalente a una Tasa Efectiva de Descuento Comercial Simple de 4% mensual, para un período de Tiempo de: a) 3 meses, b) 1 año.

$$a) \quad i = \frac{0,04}{1 - 3 \cdot 0,04} = \mathbf{0,04545 \text{ por uno mensual}}$$

$$b) \quad i = \frac{0,04}{1 - 12 \cdot 0,04} = \mathbf{0,07692 \text{ por uno mensual}}$$

3.6 Relación entre la Tasa Efectiva de Descuento Comercial Compuesta y una Tasa Efectiva de Interés Compuesto

Aplicando el razonamiento del punto anterior, se debe cumplir:

$$\begin{aligned} C &= V_A = X \\ M &= V_N = Y \end{aligned}$$

Sustituyendo en las fórmulas correspondientes tenemos:

$$\begin{aligned} Y &= X \cdot (1+i)^T \\ Y &= \frac{X}{(1-d)^T} \end{aligned}$$

De lo anterior se puede deducir resolviendo el sistema que:

$$(1+i)^T = \frac{1}{(1-d)^T}$$

Despejando, nos queda para que se cumpla la equivalencia:

$$i = \frac{d}{1-d}$$

$$d = \frac{i}{1+i}$$

En las fórmulas anteriores, d e i deben estar expresadas en la misma unidad de tiempo.

Ejercicio de Aplicación 6: Hallar la Tasa Efectiva de Interés Compuesto Mensual equivalente a una Tasa Efectiva de Descuento Comercial Compuesto de 5% mensual, para un período de Tiempo de 5 meses.

$$i = \frac{0,05}{1 - 0,05} = \mathbf{0,05263 \text{ por uno mensual}}$$

4. DESCUENTO RACIONAL

4.1 Descuento Racional Simple

En el Descuento Racional Simple, la Tasa de Descuento se aplica sobre el Valor Actual al inicio del período (Valor del momento cero).

Si el documento es de un Valor nominal V_N , que vence en T unidades de tiempo y es descontado a la Tasa Efectiva de descuento d , y retrocedemos desde la fecha de vencimiento una unidad de tiempo hacia atrás tenemos:

$$D_{T-1,T} = d \cdot V_A$$

$$V_{A,T-1} = V_N - D_{T-1,T} = V_N - d \cdot V_A$$

Si consideramos el Descuento para el período $(T-1, T-2)$, éste resulta:

$$D_{T-2,T-1} = d \cdot V_A$$

$$V_{A,T-2} = V_N - D_{T-1,T} - D_{T-2,T-1} = V_N - d \cdot V_A - d \cdot V_A$$

$$V_{A,T-2} = V_N - 2 \cdot d \cdot V_A$$

Si hacemos lo mismo para el período $(T-2, T-3)$, resulta:

$$D_{T-3,T-2} = d \cdot V_A$$

$$V_{A,T-3} = V_N - D_{T-1,T} - D_{T-2,T-1} - D_{T-3,T-2} = V_N - d \cdot V_A - d \cdot V_A - d \cdot V_A$$

$$V_{A,T-3} = V_N - 3 \cdot d \cdot V_A$$

Si seguimos aplicando este procedimiento, resultaría:

$$D = \sum_{n=1}^{n=T} d \cdot V_A = T \cdot d \cdot V_A$$

$$V_A = V_N - D = V_N - T \cdot d \cdot V_A$$

Y despejando V_A tenemos:

$$V_A = \frac{V_N}{1 + T \cdot d}$$

$$D = V_A \cdot T \cdot d$$

Ejercicio de Aplicación 1: Un documento cuyo Valor Nominal es de \$ 35.000 y vence dentro de 6 meses, es descontado con Descuento Racional Simple al 5% mensual. Calcular la cantidad de dinero que se recibirá por el descuento.

Lo que tenemos que calcular es el Valor Actual del documento.

$$V_A = \frac{35.000}{1 + 6 \cdot 0,05} = \$ 26.923,08$$

Fórmulas Derivadas

De la fórmula de V_A hallada anteriormente podemos despejar V_N , quedando:

$$V_N = V_A \cdot (1 + T \cdot d)$$

Si ahora despejamos T de las fórmulas de V_A y D nos queda:

$$T = \frac{V_N / V_A - 1}{d}$$

$$T = \frac{D}{V_A \cdot d}$$

Si ahora despejamos d nos queda:

$$d = \frac{V_N/V_A - 1}{T}$$

$$d = \frac{D}{V_A \cdot T}$$

4.2 Descuento Racional Compuesto

En el Descuento Racional Compuesto, la Tasa de Descuento se aplica sobre el Valor al comienzo de la unidad de tiempo de la que queremos calcular el descuento.

Si el documento es de un Valor nominal V_N , que vence en T unidades de tiempo y es descontado a la Tasa Efectiva de descuento d , y retrocedemos desde la fecha de vencimiento una unidad de tiempo hacia atrás tenemos:

$$\begin{aligned} D_{T-1,T} &= d \cdot V_{A,T-1} \\ V_{A,T-1} &= V_N - D_{T-1,T} = V_N - d \cdot V_{A,T-1} \\ V_{A,T-1} &= \frac{V_N}{1+d} \end{aligned}$$

Si consideramos el Descuento para el período $(T-1, T-2)$, éste resulta:

$$\begin{aligned} D_{T-2,T-1} &= d \cdot V_{A,T-2} \\ V_{A,T-2} &= V_{A,T-1} - D_{T-2,T-1} = V_{A,T-1} - V_{A,T-2} \cdot d \\ V_{A,T-2} &= \frac{V_{A,T-1}}{1+d} \end{aligned}$$

Sustituyendo $V_{A,T-1}$ nos queda :

$$V_{A,T-2} = \frac{V_N}{(1+d)^2}$$

Se puede demostrar por inducción completa, de manera similar a la realizada para el Descuento Comercial, que:

$$V_A = \frac{V_N}{(1+d)^T}$$

Sabiendo que $D = V_N - V_A$ tenemos:

$$D = V_N \cdot \left[1 - \frac{1}{(1+d)^T} \right]$$

Ejercicio de Aplicación 2: Un documento cuyo Valor Nominal es de \$ 45.000 y vence dentro de 4 meses, es descontado con Descuento Racional Compuesto al 3% mensual. Calcular la cantidad de dinero que se recibirá por el descuento.

Lo que tenemos que calcular es el Valor Actual del documento.

$$V_A = \frac{45.000}{(1 + 0,03)^4} = \$ 39.981,92$$

Fórmulas Derivadas

De la fórmula de V_A hallada anteriormente podemos despejar V_N , quedándonos:

$$V_N = V_A \cdot (1 + d)^T$$

De la fórmula de V_N hallada anteriormente podemos despejar T , quedándonos:

$$\log V_N = \log V_A \cdot (1 + d)^T$$

$$\log V_N = \log V_A + \log(1 + d)^T$$

$$\log V_N = \log V_A + T \cdot \log(1 + d)$$

$$\log V_N - \log V_A = T \cdot \log(1 + d)$$

$$T = \frac{\log V_N - \log V_A}{\log(1 + d)}$$

De la fórmula de V_N hallada anteriormente podemos despejar d , quedándonos:

$$\frac{V_N}{V_A} = (1 + d)^T$$

$$\sqrt[T]{\frac{V_N}{V_A}} = 1 + d$$

$$d = \sqrt[T]{\frac{V_N}{V_A}} - 1$$

4.3 Relación entre la Tasa Efectiva de Descuento Racional Simple y una Tasa Efectiva de Interés Simple

Para que se de la equivalencia se debe cumplir:

$$\begin{aligned} C &= V_A = X \\ M &= V_N = Y \end{aligned}$$

Sustituyendo en las fórmulas correspondientes tenemos:

$$Y = X \cdot (1 + T \cdot i)$$

$$Y = X \cdot (1 + T \cdot d)$$

De lo anterior se puede deducir resolviendo el sistema que:

$$1 + T \cdot i = 1 + T \cdot d$$

Despejando, nos queda para que se cumpla la equivalencia:

$$d = i$$

En las fórmulas anteriores, d e i deben estar expresadas en la misma unidad de tiempo.

4.4 Relación entre la Tasa Efectiva de Descuento Racional Compuesta y una Tasa Efectiva de Interés Compuesto

Aplicando razonamientos anteriores, se debe cumplir:

$$\begin{aligned} C &= V_A = X \\ M &= V_N = Y \end{aligned}$$

Sustituyendo en las fórmulas correspondientes tenemos:

$$\begin{aligned} Y &= X \cdot (1+i)^T \\ Y &= X \cdot (1+d)^T \end{aligned}$$

De lo anterior se puede deducir resolviendo el sistema que:

$$(1+i)^T = (1+d)^T$$

Despejando, nos queda para que se cumpla la equivalencia:

$$d = i$$

En las fórmulas anteriores, d e i deben estar expresadas en la misma unidad de tiempo.

4.5 Equivalencia entre Tasas de Descuento Racional

Son similares a las de interés.

$$\left(1 + \frac{d_N}{q}\right)^q = (1 + d_c)^q = (1 + d_E) = (1 + i_D) \cdot (1 + d_R)$$

$$d_I = e^{d_N} - 1$$

$$d_N = L(1 + d_I)$$

$$V_N = V_A \cdot e^{-T \cdot d_N}$$

5. RENTAS

5.1 Definiciones

Veremos a continuación algunas definiciones necesarias para desarrollar el tema de Rentas

Rentas: Es una serie de Pagos o Cobros que se realizan a intervalos regulares en el Tiempo. A los Pagos o Cobros les llamamos Cuotas. En toda operación, hay una parte que paga la Renta y otra que cobra la Renta.

Intervalo de Pago: Tiempo entre Pagos o Cobros sucesivos.

Plazo de la Renta: Tiempo entre el comienzo del primer intervalo y el final del último.

Renta Anual: Suma de los Pagos o Cobros de un año.

Valor Actual de una Renta (V_A): Suma de los valores actualizados al momento de la evaluación de todos los Pagos o Cobros de la Renta. Para la actualización utilizaremos la fórmula de Interés Compuesto.

Monto de una Renta (M): Suma de los valores actualizados al final de la última unidad de Tiempo en la que se hace el último Pago o Cobro, de todos los Pagos o Cobros de la Renta. Para actualizar la fórmula de Interés Compuesto.

5.2 Clasificación de las Rentas

Las Rentas se pueden clasificar de acuerdo a diferentes criterios:

Sujetas o no a Condición Aleatoria

Cierta: No sujeta a condición aleatoria.

Contingente: Sujeta a condición aleatoria, dependiente del azar.

Duración

Temporales: Duran un número finito de períodos de Tiempo.

Perpetuas o Vitalicias: Duran un número infinito de períodos de Tiempo.

Importe de Pagos

Constantes: Todas las Cuotas son iguales.

Variables: No todas las Cuotas son iguales.

Cantidad de Pagos por Unidad de Tiempo

Enteras: Una Cuota por unidad de Tiempo.

Fraccionarias: Un número finito de Cuotas por unidad de Tiempo.

Continuas: Infinitas Cuotas por unidad de Tiempo.

Momento en que se Efectiviza la Cuota

Inmediatas: La primer Cuota se efectiviza en la primera unidad de Tiempo en la cual se generan intereses.

Diferidas: La primer Cuota se efectiviza después de terminada la primera unidad de Tiempo en la cual se generan intereses.

Anticipada: La primer Cuota se efectiviza antes de la primer unidad de Tiempo durante la cual se generan intereses.

Momento dentro de la Unidad de Tiempo en que se efectiviza la Cuota

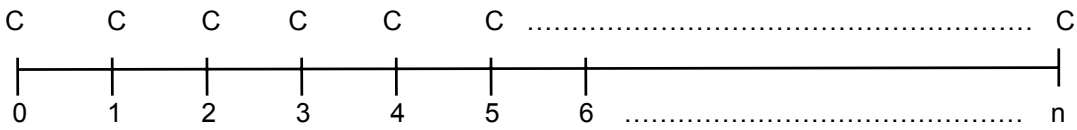
Adelantadas: La Cuota se efectiviza al comienzo de la unidad de Tiempo.

Vencidas: La Cuota se efectiviza al final de la unidad de Tiempo.

Combinando estos criterios podemos obtener distintos tipos de Rentas. Veremos algunos de ellos.

5.3 Renta Cierta, Temporal, Constante, Entera, Inmediata y Vencida

De acuerdo al tipo de renta, y considerando que el número de pagos es n de un monto constante C , el flujo de pagos será:



Calcularemos el Valor Actual de este tipo de renta. Si Hallamos el Valor Actual de cada uno de los n pagos, tenemos:

$$VA = \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{C}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C}{(1+i)^n}$$

Si llamamos $r = \frac{1}{1+i}$ tenemos:

$$VA = C \cdot (r + r^2 + r^3 + r^4 + \dots + r^n)$$

El resultado de la progresión geométrica anterior es:

$$VA = C \cdot r \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

De lo anterior, sustituyendo r tenemos:

$$VA = C \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i}$$

Ejercicio de Aplicación 1: Compramos un auto en 10 cuotas semestrales de U\$S 3.500, pagando cada cuota al final del semestre correspondiente. Si la tasa efectiva semestral es de 9%, calcular el valor contado del auto.

Debemos hallar el VA de una Renta Cierta (no depende de condiciones aleatorias), Temporal (dura 10 semestres), Constante (la cuota es siempre la misma), Entera (es una cuota por período), Inmediata (se comienza a pagar en el primer semestre) y Vencida (las cuotas se pagan al final del semestre).

$$VA = 3.500 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+0,09}\right)^{10}}{0,09} = 22.461,80$$

Si ahora calculamos el Monto al final del plazo de la renta tenemos:

$$M = C \cdot (1+i)^{n-1} + C \cdot (1+i)^{n-2} + C \cdot (1+i)^{n-3} + \dots + C$$

El resultado de la progresión geométrica anterior es:

$$M = C \cdot \frac{1 - (1+i)^n}{1 - (1+i)}$$

$$M = C \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Ejercicio de Aplicación 2: Si en un Plan de Pensiones depósito todos finales de mes U\$S 300 durante 20 años a una tasa efectiva anual de 8%. Calcular que cantidad de dinero dispondré al final del vigésimo año.

Debemos hallar el M de una Renta Cierta (no depende de condiciones aleatorias), Temporal (dura 240 meses), Constante (la cuota es siempre la misma), Entera (es una cuota por período), Inmediata (se comienza a pagar en el primer mes) y Vencida (las cuotas se pagan al final del mes).

Primero debemos convertir la tasa efectiva anual en mensual:

$$1 + 0,08 = (1 + i_M)^{12} \quad \text{de donde} \quad i_M = 0,006434$$

$$M = 300 \cdot \frac{(1 + 0,006434)^{240} - 1}{0,006434} = 170.698,96$$

De las relaciones vistas anteriormente tenemos que para pasar del VA al M o viceversa, debemos utilizar las siguientes fórmulas:

$$M = VA \cdot (1 + i)^n$$

$$VA = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

Ejercicio de Aplicación 3: Compramos una heladera en 10 cuotas mensuales fijas de U\$S 100, pagaderas a mes vencido. Si el precio contado es de U\$S 850, ¿ qué tasa anual efectiva pagamos por la financiación?.

$$850 = 100 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^{10}}{i}$$

$$8,5 \cdot i + \left(\frac{1}{1+i}\right)^{10} - 1 = 0$$

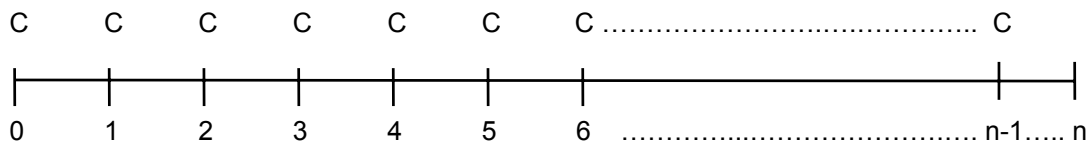
Probando valores de i, llegamos a que la tasa mensual efectiva que pagamos por la financiación es:

$$i = 0,0307 \text{ mensual}$$

$$1 + i_A = (1 + 0,0307)^{12} \quad \text{de donde} \quad i_A = 0,437432 \text{ anual}$$

5.4 Renta Cierta, Temporal, Constante, Entera, Inmediata y Adelantada

De acuerdo al tipo de renta, y considerando que el número de pagos es n de un monto constante C, el flujo de pagos será:



Calcularemos el Valor Actual de este tipo de renta. Si Hallamos el Valor Actual de cada uno de los n pagos, tenemos:

$$VA = C + \frac{C}{1+i} + \frac{C}{(1+i)^2} + \frac{C}{(1+i)^3} + \dots + \frac{C}{(1+i)^{n-1}}$$

Si llamamos $r = \frac{1}{1+i}$ tenemos:

$$VA = C \cdot (1 + r + r^2 + r^3 + r^4 + \dots + r^{n-1})$$

Del planteo anterior podemos ver que el Valor Actual de una renta cierta, temporal de n períodos, entera, inmediata, de pagos constantes y adelantada es igual a la suma del Valor Actual de una renta cierta, temporal de (n-1) períodos, entera, inmediata, de pagos constantes y vencida, y el valor del primer pago.

La relación anterior la podemos poner de la siguiente manera:

$$VA = \frac{C}{r} \cdot (r + r^2 + r^3 + r^4 + \dots + r^n)$$

El resultado de la progresión geométrica anterior es:

$$VA = \frac{C}{r} \cdot r \cdot \frac{1-r^n}{1-r} = C \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$$

De lo anterior, sustituyendo r tenemos:

$$VA = C \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i} \cdot (i + 1)$$

Ejercicio de Aplicación 4: Compramos un auto en 10 cuotas semestrales de U\$S 3.500, pagando cada cuota al principio del semestre correspondiente. Si la tasa efectiva semestral es de 9%, calcular el valor contado del auto.

Debemos hallar el VA de una Renta Cierta (no depende de condiciones aleatorias), Temporal (dura 10 semestres), Constante (la cuota es siempre la misma), Entera (es una cuota por período), Inmediata (se comienza a pagar en el primer semestre) y Adelantada (las cuotas se pagan al principio del semestre).

$$VA = 3.500 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+0,09}\right)^{10}}{0,09} \cdot (1 + 0,09) = 24.483,36$$

Si ahora calculamos el Monto al final del plazo de la renta tenemos:

$$M = C \cdot (1+i)^n + C \cdot (1+i)^{n-1} + C \cdot (1+i)^{n-2} + \dots + C \cdot (1+i)$$

Esto lo podemos poner de la siguiente manera:

$$M = C \cdot (1+i) \cdot \left[(1+i)^{n-1} + C \cdot (1+i)^{n-2} + C \cdot (1+i)^{n-3} + \dots + C \right]$$

El resultado de la progresión geométrica anterior es:

$$M = C \cdot (1+i) \cdot \frac{1 - (1+i)^n}{1 - (1+i)}$$

$$M = C \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot (1+i)$$

Ejercicio de Aplicación 5: Si en un Plan de Pensiones depósito todos comienzos de mes U\$S 300 durante 20 años a una tasa efectiva anual de 8%. Calcular que cantidad de dinero dispondré al final del vigésimo año.

Debemos hallar el M de una Renta Cierta (no depende de condiciones aleatorias), Temporal (dura 240 meses), Constante (la cuota es siempre la misma), Entera (es una cuota por período), Inmediata (se comienza a pagar en el primer mes) y Adelantada (las cuotas se pagan al comienzo del mes).

Primero debemos convertir la tasa efectiva anual en mensual:

$$1 + 0,08 = (1 + i_M)^{12} \quad \text{de donde} \quad i_M = 0,006434$$

$$M = 300 \cdot \frac{(1 + 0,006434)^{240} - 1}{0,006434} \cdot (1 + 0,006434) = 171.797,24$$

De las relaciones vistas anteriormente tenemos que para pasar del VA al M o viceversa, debemos utilizar las mismas fórmulas ya detalladas en 6.3:

$$M = VA \cdot (1+i)^n$$

$$VA = \frac{M}{(1+i)^n}$$

Ejercicio de Aplicación 6: Compramos una heladera en 10 cuotas mensuales fijas de U\$S 100, pagaderas a mes comenzado. Si el precio contado es de U\$S 850, ¿qué tasa anual efectiva pagamos por la financiación?

$$850 = 100 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^{10}}{i} \cdot (1+i)$$

$$8,5 \cdot i + \left(\frac{1}{1+i}\right)^{10} \cdot (1+i) - (1+i) = 0$$

$$7,5 \cdot i + \left(\frac{1}{1+i}\right)^9 - 1 = 0$$

Probando valores de i, llegamos a que la tasa mensual efectiva que pagamos por la financiación es:

$$i = 0,0381 \text{ mensual}$$

$$1 + i_A = (1 + 0,0381)^{12} \quad \text{de donde} \quad i_A = 0,566283 \text{ anual}$$

5.5 Renta Cierta, Perpetua, Constante, Entera, Inmediata y Vencida

Es un caso particular de una renta cierta, temporal, constante, entera, inmediata y vencida con un número infinito de períodos ($n \rightarrow +\infty$). Por lo tanto, considerando la fórmula obtenida para el Valor Actual en 6.3 tenemos:

$$VA = \lim_{n \rightarrow +\infty} C \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i}$$

Como $\left(\frac{1}{1+i}\right)^n \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow +\infty$ nos queda:

$$VA = \frac{C}{i}$$

Ejercicio de Aplicación 7: Debemos pagar una renta perpetua de \$ 1.000 a mes vencido. Si la tasa efectiva mensual es de 1%, calcular el valor actual de dicha renta.

$$VA = \frac{1.000}{0,01} = 100.000$$

El Monto al ser ∞ pagos no se justifica calcularse ya que dará $+\infty$ y no tiene significado.

5.6 Renta Cierta, Perpetua, Constante, Entera, Inmediata y Adelantada

Es un caso particular de una renta cierta, temporal, constante, entera, inmediata y adelantada con un número infinito de períodos ($n \rightarrow +\infty$). Por lo tanto, considerando la fórmula obtenida para el Valor Actual en 6.4 tenemos:

$$VA = \lim_{n \rightarrow +\infty} C \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i} \cdot (1+i)$$

Como $\left(\frac{1}{1+i}\right)^n \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow +\infty$ nos queda:

$$VA = \frac{C \cdot (1+i)}{i}$$

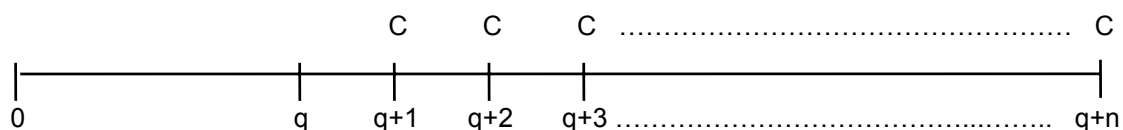
Ejercicio de Aplicación 8: Debemos pagar una renta perpetua de \$ 1.000 a mes adelantado. Si la tasa efectiva mensual es de 1%, calcular el valor actual de dicha renta.

$$VA = \frac{1.000 \cdot (1+0,01)}{0,01} = 101.000$$

El Monto al ser ∞ pagos no se justifica calcularse ya que dará $+\infty$ y no tiene significado.

5.7 Renta Cierta, Temporal, Constante, Entera, Diferida y Vencida

De acuerdo al tipo de renta, y considerando que el número de pagos es n de un monto constante C y diferidos q períodos, el flujo de pagos será:



Calcularemos el Valor Actual de este tipo de renta. Aplicando lo ya visto en 6.3 calcularemos el Valor Actual en el momento q ya que es el equivalente a una renta cierta, temporal de n pagos, constante, entera, inmediata y vencida. Nos queda:

$$VA_q = C \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i}$$

Lo que debemos hacer ahora es hallar el Valor Actual en el instante 0, por lo que tenemos que llevar VA_q al instante 0. Nos queda:

$$VA = \frac{VA_q}{(1+i)^q}$$

$$VA = C \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i \cdot (1+i)^q}$$

Ejercicio de Aplicación 9: Compramos un auto en 10 cuotas semestrales de U\$S 3.500, pagando cada cuota al final del semestre correspondiente y comenzando a partir del 5 semestre. Si la tasa efectiva semestral es de 9%, calcular el valor contado del auto.

$$VA = 3.500 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+0,1}\right)^{10}}{0,1 \cdot (1+0,1)^4} = 14.688,88$$

El cálculo del Monto al final del plazo de la renta es igual al ya hecho en 6.3 por lo que nos queda:

$$M = C \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Para pasar del VA al M o viceversa, hay $q+n$ períodos entre ambos, por lo que nos queda:

$$M = VA \cdot (1+i)^{q+n}$$

$$VA = \frac{M}{(1+i)^{q+n}}$$

6. AMORTIZACIONES

6.1 Definiciones

Veremos a continuación algunas definiciones necesarias para desarrollar el tema de Amortizaciones:

Amortización: Diremos que una deuda contraída que genera intereses está amortizada cuando tanto el capital adeudado como los intereses que se generan quedan saldados mediante un cierto número de pagos hechos en períodos de tiempo iguales.

Pagos: Son generalmente iguales y cada uno de ellos contiene parte a pagar los intereses generados y el resto a disminuir el importe adeudado.

Cuadro de Amortizaciones e Intereses: Tabla en la que se indica para cada pago los intereses que cubre y la disminución de la deuda. El formato de la misma es el siguiente:

Período	Deuda al principio del período	Interés	Amortización	Pago	Saldo al final del período
1					
2					
3					
4					
5					
6					

6.2 Cálculo de la Cuota de Amortización

Consideraremos pagos (cuotas) constantes. Llamaremos D a la deuda contraída. Supondremos que la cancelamos en n pagos constantes (C) al final de períodos regulares. La tasa efectiva en el período la llamaremos i . Estamos frente a una Renta Cierta, Temporal, Constante, Entera, Inmediata y Vencida, en donde el Valor Actual de la misma será D .

De la fórmula del Valor Actual obtenido para de este tipo de Rentas tenemos:

$$D = C \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i}$$

De lo anterior podemos determinar que el valor de la Cuota C a pagar para amortizar una deuda D en n pagos constantes y con una tasa de interés en el período de i es:

$$C = \frac{D \cdot i}{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}$$

Ejercicio de Aplicación 1: Se compra un auto cuyo precio es de U\$S 150.000 en 10 cuotas anuales, pagadas a año vencido, aplicándose una tasa de interés efectiva de 15% anual. Calcular el valor de la cuota.

$$C = \frac{150.000 \cdot 0,15}{1 - \left(\frac{1}{1+0,15}\right)^{10}} = 29.887,81$$

Para poder encontrar la tasa de interés cobrada conociendo el valor de la cuota, la cantidad de cuotas y el precio de lista, debemos ir probando valores de i en la fórmula anterior.

Ejercicio de Aplicación 2: Se compra un auto cuyo precio es de U\$S 150.000 en 10 cuotas anuales, pagadas a año vencido, aplicándose una tasa de interés efectiva de 15% anual. El valor de la cuota es de U\$S 29.887,81. Hacer el cuadro de amortizaciones e intereses.

Período	Deuda al principio del período	Interés	Amortización	Pago	Saldo al final del período
1	150.000,00	22.500,00	7.387,81	29.887,81	142.612,19
2	142.612,19	21.391,83	8.495,98	29.887,81	134.116,21
3	134.116,21	20.117,43	9.770,38	29.887,81	124.345,83
4	124.345,83	18.651,87	11.235,94	29.887,81	113.109,89
5	113.109,89	16.966,48	12.921,33	29.887,81	100.188,57
6	100.188,57	15.028,29	14.859,52	29.887,81	85.329,04
7	85.329,04	12.799,36	17.088,45	29.887,81	68.240,59
8	68.240,59	10.236,09	19.651,72	29.887,81	48.588,87
9	48.588,87	7.288,33	22.599,48	29.887,81	25.989,39
10	25.989,39	3.898,41	25.989,40	29.887,80	0,00

Veremos como calcular el Interés pagado, la cantidad amortizada y el saldo remanente en un cierto período. Comencemos por el período 1:

$$\text{Deuda al comienzo: } D_{1l} = C \cdot \frac{I - \left(\frac{I}{I+i}\right)^n}{i}$$

$$\text{Interés pagado: } I_l = C \cdot \left[I - \left(\frac{I}{I+i}\right)^n \right]$$

$$\text{Amortización: } A_l = C - C \cdot \left[I - \left(\frac{I}{I+i}\right)^n \right] = C \cdot \left(\frac{I}{I+i}\right)^n$$

$$\text{Deuda al final: } D_{fl} = C \cdot \frac{I - \left(\frac{I}{I+i}\right)^n}{i} - C \cdot \left(\frac{I}{I+i}\right)^n = C \cdot \left(\frac{I - \left(\frac{I}{I+i}\right)^{n-1}}{i} \right)$$

Siguiendo con este procedimiento tenemos para el período k:

$$D_{ik} = C \cdot \left(\frac{I - \left(\frac{I}{I+i}\right)^{n-k+1}}{i} \right)$$

$$I_k = C \cdot \left[I - \left(\frac{I}{I+i}\right)^{n-k+1} \right]$$

$$A_k = C \cdot \left(\frac{I}{I+i}\right)^{n-k+1}$$

$$D_{jk} = C \cdot \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{1+i} \right)^{n-k}}{i} \right)$$

Ejercicio de Aplicación 3: Si tenemos una deuda de U\$S 4.160,42 que cancelamos en 7 cuotas anuales de U\$S 1.000 pagadas a año vencido, inmediatas y consecutivas, aplicándose una tasa anual efectiva de 15%, calcular:

- la cantidad de dinero amortizada en la quinta cuota.
- los intereses pagados en la tercer y cuarta cuota.
- la cantidad total de intereses que se pagó.
- el cuadro de amortizaciones e intereses.

a)

$$A_5 = 1.000 \cdot \left(\frac{1}{1+0,15} \right)^{7-5+1} = 657,52$$

b)

$$I_3 = 1.000 \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{1+0,15} \right)^{7-3+1} \right] = 502,82$$

$$I_4 = 1.000 \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{1+0,15} \right)^{7-4+1} \right] = 428,25$$

c)

$$I_{total} = 7 \cdot 1.000 - 4.160,42 = 2.839,58$$

d)

Período	Deuda al principio del período	Interés	Amortización	Pago	Saldo al final del período
1	4.160,42	624,06	375,94	1.000,00	3.784,48
2	3.784,48	567,67	432,33	1.000,00	3.352,16
3	3.352,16	502,82	497,18	1.000,00	2.854,98
4	2.854,98	428,25	571,75	1.000,00	2.283,23
5	2.283,23	342,48	657,52	1.000,00	1.625,71
6	1.625,71	243,86	756,14	1.000,00	869,57
7	869,57	130,43	869,57	1.000,00	0,00

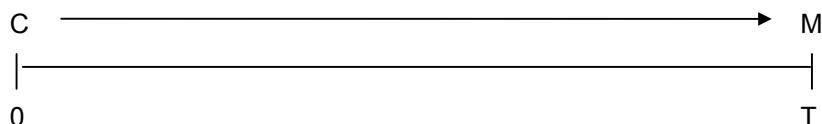
I. INDICADORES PARA EVALUAR PROYECTOS

7.1 Conceptos Previos

Cuando vimos Interés Compuesto, vimos que el Monto Final que generaba un Capital C, colocado durante T unidades de Tiempo, a una Tasa de Interés Efectiva i y donde T e i están dados en la misma unidad de Tiempo, era:

$$M = C \cdot (1 + i)^T$$

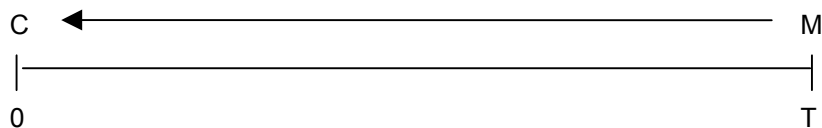
Lo que hacíamos en este caso no era otra cosa que trasladar hacia adelante en el Tiempo el Capital (Valor Presente) para poder obtener el Monto Final (Valor Futuro equivalente). Si vemos gráficamente lo anterior tenemos:



De igual manera, obteníamos la fórmula del Capital C en función del Monto M, quedándonos:

$$C = \frac{M}{(1 + i)^T}$$

Lo que hacemos en este caso es trasladar hacia atrás en el Tiempo el Monto Final (Valor Futuro) para obtener el Capital que lo generó (Valor Actual equivalente). Si vemos lo anterior gráficamente tenemos:



1.2 Valor Actual Neto (VAN)

Es claro que un peso hoy vale más que un peso dentro de un año. Son varias las cosas que hacen esto verdadero, pero la fundamental es que ese peso hoy lo podemos invertir logrando tener más de un peso dentro de un año debido a los intereses generados. Éste es un principio financiero esencial.

Este mismo concepto lo podemos asociar al de Descuento. Si descontamos un documento cuya fecha de vencimiento es futura, la cantidad de dinero que recibimos por el mismo es menor que el valor nominal del documento. Para obtener el Valor Actual de un Valor Futuro, tenemos que multiplicar éste último por un coeficiente de descuento que será menor que uno.

$$V_A = V_F \cdot \text{Coeficiente de Descuento}$$

El Coeficiente de descuento es:

$$\text{Coeficiente de Descuento} = \frac{1}{1 + i}$$

La Tasa i es aquella que pretende obtener aquél que adelanta una cierta cantidad de dinero por un compromiso de cobro futuro.

Cuando calculamos el Valor Actual debemos aplicar al Valor Futuro la Tasa de Rentabilidad que podemos obtener por otras alternativas de inversión con igual riesgo. A esta Tasa la llamaremos Costo de Oportunidad o Tasa de Descuento.

Ejercicio de Aplicación 1: Disponemos de U\$S 40.000 y tenemos la posibilidad de comprar electrodomésticos por este valor, con la expectativa de venderlos dentro de un año a U\$S 43.000. Por otra parte, este mismo dinero lo podríamos depositar a plazo fijo a una tasa efectiva del 7% anual. Calcular el Valor Actual de la inversión en electrodomésticos.

$$V_A = 43.000 \cdot \frac{I}{I + 0,07} = \$ 40.186,92$$

Consideramos como Costo de Oportunidad a la Tasa de Interés que recibiríamos por depositar los U\$S 40.000 a plazo fijo durante un año. El Valor Actual que obtenemos es mayor que el Capital que disponemos, por lo que sería conveniente comprar los electrodomésticos. Esta afirmación la realizamos sin considerar el riesgo que tiene asociado cada alternativa.

Llamaremos Valor Actual Neto (VAN) a la diferencia entre el Valor Actual (VA) y la inversión requerida. Si aplicamos esta definición al caso anterior, tenemos:

$$VAN = 40.186,92 - 40.000 = \$ 186,92$$

En los Casos que tenemos un flujos de fondos anuales como:

Año	0	1	2	3	4	5	6	F
Flujo	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_f

donde:

M_0 = Inversión Inicial (Negativa)

M_f = Flujo de Fondos correspondiente al año F (Ingresos - Egresos)

El Valor Actual Neto del Flujo de Fondos anterior será:

$$VAN = M_0 + \frac{M_1}{(I+i)} + \frac{M_2}{(I+i)^2} + \frac{M_3}{(I+i)^3} + \frac{M_4}{(I+i)^4} + \frac{M_5}{(I+i)^5} + \dots + \frac{M_f}{(I+i)^f} + \dots$$

$$VAN = \sum_{f=0}^N \frac{M_f}{(I+i)^f}$$

Ejercicio de Aplicación 2: Una empresa invierte en una máquina nueva cuyo costo es U\$S 100.000 y su vida útil se puede estimar en 10 años. Se espera para estos 10 años el siguiente flujo de fondos:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ingresos	15.000	12.000	13.000	17.000	18.000	14.000	19.000	21.000	10.000	11.000
Egresos	-2.000	-2.000	-3.000	-1.000	-1.000	-1.000	-2.000	-1.000	-2.000	-1.000

Calcular el VAN de dicha inversión teniendo como posibilidad el invertir los U\$S 100.000 en bonos del tesoro al 7% anual. Todos los montos se consideran al final de cada año.

El resumen del flujo de fondos queda:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Flujo Neto	13.000	10.000	10.000	16.000	17.000	13.000	17.000	20.000	8.000	10.000
Coef.act.	1,0700	1,1449	1,2250	1,3108	1,4026	1,5007	1,6058	1,7182	1,8385	1,9672
VA	12.150	8.734	8.163	12.206	12.121	8.662	10.587	11.640	4.351	5.083

$$VAN = -100.000 + 12.150 + 8.734 + 8.163 + 12.206 + 12.121 + 8.662 + 10.587 + 11.640 + 4.351 + 5.083$$

$$VAN = \$ - 6.295$$

Según el resultado anterior la inversión no es conveniente.

Teniendo en cuenta lo anteriormente visto, podemos realizar la siguiente afirmación:

Toda inversión cuyo VAN sea mayor que 0 podrá ser aceptada

Al hacer el VA de un valor futuro estamos aplicando un proceso de interés compuesto. Si lo vemos desde el punto de vista del Valor Actual, podemos preguntarnos ¿cuál es el VA de \$ 1.000 que se recibirán dentro de 10 años si el costo de oportunidad es el 10% anual?. Esta pregunta la podemos cambiar por la siguiente: ¿qué cantidad de dinero debería invertir si quiero recibir dentro de 10 años \$ 1.000, siendo la Tasa de Interés 10% anual?.

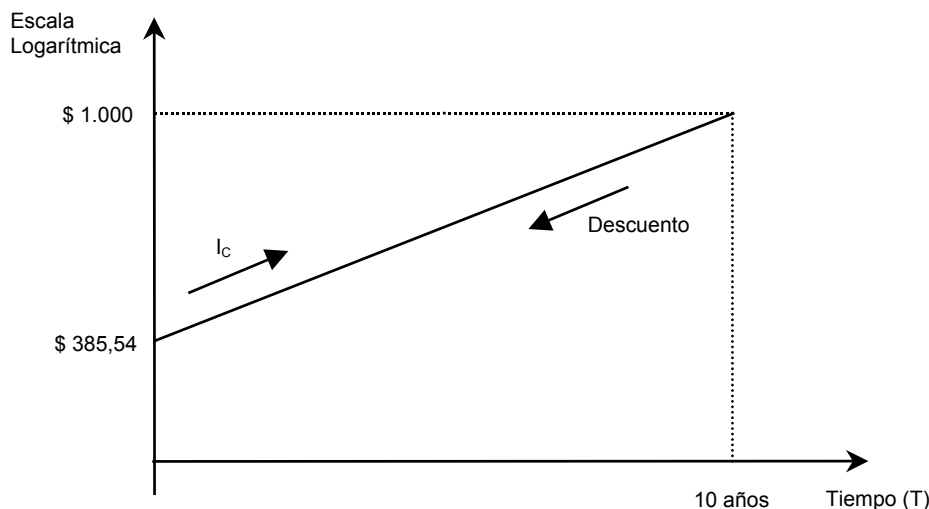
a)

$$VA = \frac{1.000}{(1 + 0,1)^{10}} = \$ 385,54$$

b)

$$Inversión \cdot (1 + 0,1)^{10} = \$ 1.000$$

$$Inversión = \frac{1.000}{(1 + 0,1)^{10}} = \$ 385,54$$



Muchas veces nos encontramos con el inconveniente que tenemos un flujo de fondos durante cierto período, luego del cual el negocio sigue en actividad, teniendo éste un cierto valor al que le llamaremos Valor Horizonte. Este Valor lo tenemos que descontar también al Valor Actual. Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente llegamos a la siguiente fórmula:

$$VAN = \sum_{f=0}^H \frac{M_f}{(1+i)^f} + \frac{V_H}{(1+i)^H}$$

H = es el año en el que consideramos nuestro horizonte

V_H = Valor del negocio en el año H que sustituye el flujo de fondos para los años posteriores al H .

Una de las formas usadas para calcular el Valor Horizonte en el año H es la del crecimiento constante. La misma consiste en tomar el flujo previsto para el año H y considerar una tasa prevista de crecimiento del negocio a largo plazo, para luego aplicar la siguiente fórmula:

$$V_H = \frac{M_{H+1}}{i - c}$$

M_{H+1} = Flujo previsto para el año $H+1$

i = Tasa de descuento

c = Tasa de crecimiento

H = Año horizonte

Otras formas para calcular el Valor Horizonte son:

- Considerando la relación Precio/Beneficio del negocio y el beneficio del año H calculamos el Valor del negocio en el año H, luego lo descontamos hasta el año 0. Supongamos que la Relación Precio/Beneficio es 10 y los beneficio para el año H U\$S 5.000 tenemos:

$$\text{Precio del negocio en el año H} = 5.000 \cdot 10 = \text{U\$S } 50.000$$

- Considerando la relación Precio de mercado/Valor de activos y el Valor de activos en el año H, calculamos el Valor del negocio en el año H, luego lo descontamos hasta el año 0. Supongamos que la Relación Precio de mercado/Valor de activos es 2 y el Valor de activos para el año H U\$S 10.000 tenemos:

$$\text{Precio del negocio en el año H} = 10.000 \cdot 2 = \text{U\$S } 20.000$$

1.3 Tasa Interna de Retorno (TIR)

Aquella Tasa de Descuento que hace el VAN = 0 le llamaremos Tasa Interna de Retorno (TIR). Por lo tanto es la Tasa i que satisface la siguiente ecuación:

$$\sum_{f=0}^N \frac{Mf}{(1+i)^f} + \frac{VH}{(1+i)^h} = 0$$

Para hallar la TIR debemos ir probando con valores de i , de tal manera de encontrar aquella que cumpla con la ecuación anterior.

Ejercicio de Aplicación 3: Una persona puede invertir U\$S 50.000 en un negocio para el cual se espera el siguiente flujo de fondos:

Año	1	2	3	4	5
Flujo	15.000	13.000	12.000	17.000	18.000

Calcular la Tasa Interna de Retorno de dicha inversión. Todos los montos se consideran al final de cada año.

Tenemos que encontrar el valor de i que verifique la siguiente ecuación:

$$\text{VAN} = -50.000 + \frac{15.000}{(1+i)} + \frac{13.000}{(1+i)^2} + \frac{12.000}{(1+i)^3} + \frac{17.000}{(1+i)^4} + \frac{18.000}{(1+i)^5} = 0$$

Tanteando distintos valores de i , llegamos a que la TIR (tasa que verifica la ecuación) es:

$$\text{TIR} = 14,54\%$$

La TIR representa el máximo costo del Capital que podemos aceptar para que la Inversión sea rentable.

Podemos realizar la siguiente afirmación:

Toda inversión cuya TIR sea mayor que el Costo del Capital podrá ser aceptada

1.4 Otros Elementos para Evaluar Proyectos

Índice de Rentabilidad

Para calcular el Índice de Rentabilidad o Relación Beneficio/Costo debemos hacer el cociente entre el VA del flujo de los ingresos y el VA del flujo de las inversiones.

$$\text{Relación B/C} = \frac{VA(\text{Ingresos})}{VA(\text{Egresos})}$$

Para que una inversión sea aceptable la Relación B/C debe ser mayor que 1.

Período de Repago

Es el período de tiempo durante el cual se recupera la inversión inicial, es decir el tiempo que transcurre para que la acumulación de los flujos de fondos actualizados igualan la inversión inicial.

Ejercicio de Aplicación 4: Una persona invierte U\$S 40.000 en un negocio para el cual se espera el siguiente flujo de fondos:

Año	1	2	3	4	5
Flujo	15.000	13.000	12.000	17.000	18.000

Calcular el Período de Repago de dicha inversión. Todos los montos se consideran al final de cada año. El Costo de oportunidad es de 7% anual.

Debemos calcular el Valor Actual de cada cantidad de las que componen el flujo y calcular para cada año los Valores Actuales acumulados (incluyendo la inversión inicial).

Año	0	1	2	3	4	5
Flujo Neto	-40.000	15.000	13.000	12.000	17.000	18.000
Coef.act.		1,0700	1,1449	1,2250	1,3108	1,4026
VA	-40.000	14.019	11.355	9.796	12.969	12.833
VA acum	-40.000	-25.981	-14.627	-4.831	8.138	20.972

El Período de Repago está entre 3 y 4 años.

Tasa Interna de Retorno con Reinversión

Se consideran distintas Tasas de Descuento, una para las inversiones que será la Tasa Interna de Retorno con Reinversión (TIRR) y la otra para los beneficios que será la tasa disponible en el mercado.

$$\sum_{t=0}^N \frac{I_t}{(1+i)^t} + \sum_{t=0}^N \frac{Y_t}{(1+r)^t} = 0$$

I = Inversiones

Y = Ingresos

i = TIRR

r = Tasa disponible en el mercado

Tasa de Rentabilidad Contable Media

Para calcular la Tasa de Rentabilidad Contable Media debemos dividir el beneficio medio que esperamos de un proyecto entre el valor medio contable de la inversión. Los beneficios se consideran luego de amortizaciones e impuestos.

Ejercicio de Aplicación 5: Calcular la Tasa de Rentabilidad contable Media para un proyecto en el que se invirtieron U\$S 12.000 y cuyo flujo de fondos es el siguiente:

Año	1	2	3
Ingresos	14.000	12.000	10.000
Gastos	7.000	7.000	5.000
	-----	-----	-----
Flujo de caja	7.000	5.000	5.000
Amortizaciones	4.000	4.000	4.000
	-----	-----	-----
Beneficio bruto	3.000	1.000	1.000
Impuesto 30%	900	300	300
	-----	-----	-----
Beneficio neto	2.100	700	700

Debido a que la inversión inicial fueron U\$S 12.000 y se amortizaron a lo largo de los 3 años el Valor contable neto de la inversión es:

Año	1	2	3	4
Valor Contable bruto	12.000	12.000	12.000	12.000
Amortización acum.		4.000	8.000	12.000
Valor Contable Neto	12.000	8.000	4.000	0

$$\text{Valor Contable Neto Medio} = \frac{12.000 + 8.000 + 4.000}{3} = 8.000$$

$$\text{Beneficio anual medio} = \frac{2.100 + 700 + 700}{3} = 1.167$$

$$\text{Tasa de Rentabilidad Contable Media} = \frac{1.167}{8.000} = 0,15$$

1.5 Comparación entre VAN y los Demás Elementos para Evaluar Proyectos

Analizaremos las ventajas que tiene el evaluar proyectos con el VAN y los inconvenientes de tiene aplicar solamente otras alternativas.

Ventajas del Valor Actual Neto (VAN)

Considera que un \$U de hoy vale más que uno de mañana, debido a que el de hoy puede generar intereses hasta mañana.

Como todos los Valores se actualizan al día de hoy, podemos sumar los VAN de varios proyectos y hallar el de la inversión total.

El VAN depende solamente de los flujos de fondos previstos y del costo de oportunidad previsto.

Problemas del Período de Repago

El Período de Repago solo considera los flujos de fondos hasta el año en el que se repaga el proyecto.

Veremos un ejemplo para mostrar posibles problemas que surgen en la práctica.

Ejercicio de Aplicación 6: Supongamos dos proyectos A y B con los siguientes flujos de fondos:

Año	0	1	2	3	4	Período de Repago	VAN
Proyecto A	-4.000	2.000	3.000	0	0	2	297,52
Proyecto B	-4.000	1.000	2.000	1.000	6.000	4	3.411,38

Consideramos el costo de oportunidad del 10% anual.

Como vemos en el ejercicio anterior, el Período de Repago me haría quedar con el Proyecto A, ya que no considera la baja de ingresos en los últimos 2 años. Sin embargo, con el criterio del VAN nos quedamos con el Proyecto B.

Rentabilidad Contable Media

No tiene en cuenta que un \$U hoy vale más que uno de mañana, por lo que cuando considera los flujos hace pesar más a los más distantes en el tiempo.

Puede haber mucha diferencia entre los flujos y los beneficios contables del proyecto. Hay salidas de dinero que se consideran como inversiones y se les asigna un plan arbitrario de amortizaciones, otras como gastos y se deducen inmediatamente de los beneficios.

Índice de Rentabilidad

Puede resultar erróneo cuando debemos elegir entre 2 proyectos que son excluyentes.

Veamos el siguiente ejemplo:

Ejercicio de Aplicación 7: Supongamos dos proyectos A y B con los siguientes flujos de fondos:

Año	0	1	VA	Índice de Rentabilidad	VAN
Proyecto A	-1.000	2.000	1.818,18	1,82	818,18
Proyecto B	-40.000	60.000	54.545,45	1,36	14.545,45

Consideramos el costo de oportunidad de 10% anual.

Se ve que según el Índice de Rentabilidad nos quedamos con el proyecto A pero según el VAN es más conveniente el proyecto B.

Tasa Interna de Retorno (TIR)

No quedan diferenciadas las alternativas de tomar un préstamo o endeudarse. Veamos un ejemplo para clarificar el concepto.

Ejercicio de Aplicación 8: Supongamos dos proyectos A y B con los siguientes flujos de fondos:

Año	0	1	TIR	VAN
Proyecto A	-10.000	20.000	100%	8.181,82
Proyecto B	10.000	-20.000	100%	-8.181,82

Consideramos el costo de oportunidad de 10% anual.

De acuerdo al criterio de la TIR ambos proyectos son igualmente atractivos, es decir, es lo mismo tomar un préstamo que prestar dinero.

Según sea el flujo de fondos podemos tener más de una TIR en el período de tiempo considerado.

Ejercicio de Aplicación 9: Supongamos el proyecto A con el siguiente flujo de fondos:

Año	0	1	2	TIR	VAN
Proyecto A	-3.000	24.000	-24.000	17,2% y 582,8%	-1.016,53

Consideramos el costo de oportunidad de 10% anual.

Como podemos ver, el proyecto tiene dos TIR (ambas positivas) pero el VAN es negativo, siendo un proyecto no conveniente. Aquí la TIR nos está dando información errónea, ya que si nos guiamos solo por la TIR aceptaríamos el mismo.

Estos dos valores de la TIR se deben a que el flujo de fondos cambia dos veces. Un proyecto puede tener tantas TIR como cambios de signo que se produzcan en el flujo de fondos.

Al igual que en el Índice de Rentabilidad, puede resultar erróneo cuando debemos elegir entre 2 proyectos que son excluyentes.

Ejercicio de Aplicación 10: Supongamos dos proyectos A y B con los siguientes flujos de fondos:

Año	0	1	TIR	VAN
Proyecto A	-15.000	25.000	66,67%	7.727,27
Proyecto B	-24.000	38.000	58,33%	10.545,45

Consideramos el costo de oportunidad de 10% anual.

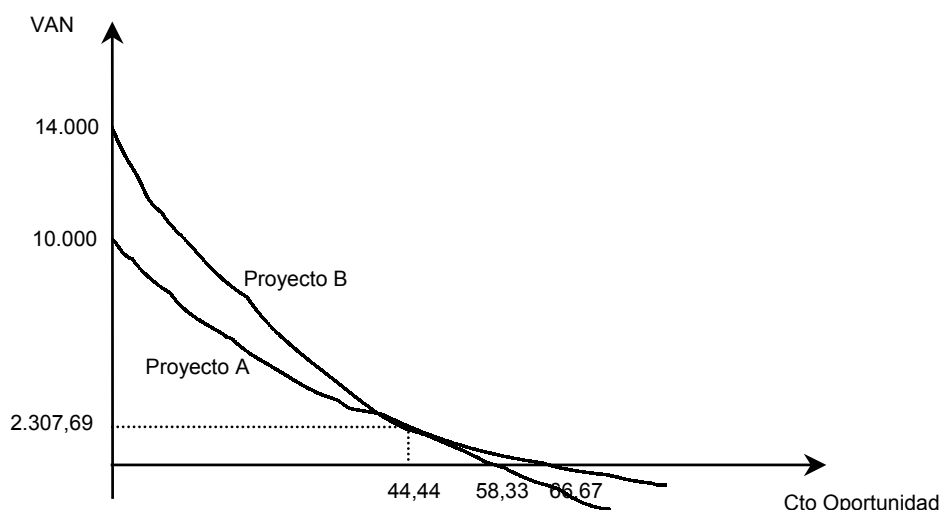
Según la TIR nos quedaríamos con el Proyecto A, pero resulta más conveniente el Proyecto B ya que obtendríamos una mayor ganancia.

Podemos complementar el criterio de la TIR, calculando la TIR de los flujos incrementados, es decir, considerando la inversión y los beneficios adicionales que tiene el Proyecto B. Veremos como hacer ésto:

Año	0	1	TIR	VAN
Proyecto B-A	-9.000	13.000	44,44%	2.818,18

Como resulta del cálculo anterior, es conveniente hacer la inversión adicional necesaria para el Proyecto B.

Es posible graficar los VAN de ambos proyectos en función del costo de oportunidad, en dicha gráfica se puede ver que para un costo de oportunidad menor que 44,44% es más conveniente el Proyecto B, para uno mayor que 44,44% el Proyecto A.



Podemos tener varios costos de oportunidad que nos invalidarían el procedimiento del cálculo de la TIR.

Esto quiere decir que el costo de oportunidad puede ser distinto para cada año de los considerados para analizar el proyecto, y más aún, podemos querer aplicar distintos costos de oportunidad en un mismo año según sea el origen del flujo. En estos casos no tendría significado y sería imposible calcular la TIR del proyecto.

ANEXOS

I. ESTRUCTURA DE UN PROYECTO DE INVERSIÓN

1 INTRODUCCIÓN

La elaboración de un proyecto de inversión busca evaluar recursos y beneficios que requerirá y generará una inversión, con el fin de tomar una decisión respecto a la realización o no de la inversión.

Un posible esquema de un proyecto de inversión, puede ser el que se presenta a continuación:

- Resumen Ejecutivo
- Objetivos y Metodología
- Análisis del Entorno
- Análisis del Mercado a Participar
- Descripción de los Servicios a Ofrecer
- Análisis de los Costos Directos de los Servicios a Ofrecer
- Estrategia Competitiva
- Confección del Flujo de Fondos
- Análisis Financiero
- Evaluación del Proyecto
- Análisis FODA

A continuación analizaremos brevemente cada una de las partes mencionadas anteriormente.

2. ESTRUCTURA DEL PROYECTO DE INVERSIÓN

2.1 Resumen Ejecutivo

El Resumen ejecutivo, a pesar de estar en primer lugar, debe confeccionarse luego de terminar todo el trabajo. El mismo representa un resumen breve (no más de 2 o 3 carillas) de los aspectos más resaltables del proyecto.

Entre lo que tiene que contener debe estar:

- Que se va a vender, en donde y a quien
- Las inversiones necesarias
- Las ventas previstas
- Resultados económicos del proyecto
- Financiamiento
- Etc.

Este resumen debe generar, a quien lea el mismo, el interés de leer todo el documento por resultarle el proyecto de inversión atractivo.

2.2 Objetivos y Metodología

Aquí se deben detallar cuales son los objetivos del documento y de que forma se van a obtener los mismos.

Consiste básicamente en una breve descripción de lo que se pretende evaluar y de los pasos que se realizarán para ello, que no es otra cosa que el esquema del proyecto de inversión indicado anteriormente.

2.3 Análisis del Entorno

En el éxito o fracaso de un proyecto de inversión tendrán especial importancia todos aquellos elementos del entorno del mismo que pueden actuar positiva o negativamente sobre él.

Debido a lo antes mencionado, es necesario realizar un estudio del todo aquello del entorno que podrá ejercer algún efecto sobre el proyecto.

A modo de ejemplo, se indican a continuación algunos aspectos a analizar de dicho entorno. Dicho análisis debe ser del presente y de las expectativas para el futuro.

- Entorno Económico: se deben analizar los aspectos macroeconómicos como la inflación, el tipo de cambio, el crecimiento del PBI y todo otro aspecto relevante para los resultados del proyecto.
- Entorno Político: acciones políticas que puedan afectar nuestro proyecto. Por ejemplo, la exoneración de impuestos a determinados tipos de proyectos o por el contrario la aplicación de impuestos adicionales.
- Entorno Jurídico y Regulatorio: Todos aquellos aspectos legales que afecten nuestro proyecto.
- Entorno Geográfico y Demográfico: Aspectos como la ubicación de los distintos segmentos de mercado y las características demográficas de sus integrantes, crecimientos previstos, PBI per cápita de cada mercado, etc.
- Entorno Cultural: características culturales de las personas o empresas que son potenciales clientes de los productos o servicios a ofrecer.
- Entorno tecnológico: desarrollos tecnológicos que puedan mejorar la producción, que generen productos o servicios sustitutos, que hagan obsoletos rápidamente la estructura productiva a implementar, etc.

Los aspectos antes mencionados son algunos de los que pueden analizarse, si son aplicables a nuestro proyecto.

2.4 Análisis del Mercado a Participar

Debemos realizar un análisis de las características del mercado al que pensamos atender. Esto significa describir los competidores existentes en el mismo, las características de los mismos, los productos y servicios ofrecidos, las necesidades de los consumidores y todo aquello que nos permita tener una situación del mercado en el que vamos a participar.

Debemos también a partir de la evolución de la demanda en el pasado y de otros aspectos relacionados con la misma, estimar la proyección de la demanda futura total del mercado en el que vamos a participar.

2.5 Descripción de los Servicios a Ofrecer

Debemos describir los productos y/o servicios que vamos a ofrecer, de manera de poder compararlos con los que son ofrecidos por la competencia.

2.6 Análisis de los Costos Directos de los Servicios a Ofrecer

Para cada uno de los productos o servicios a ofrecer debemos calcular los costos directos como ser materia prima y mano de obra aplicada directamente a los productos y/o servicios a ofrecer. Este cálculo tiene 2 objetivos:

- obtener el costo unitario aproximado de cada producto y/o servicio, de manera de tenerlo como referencia a la hora de establecer la política de precios a aplicar.
- Establecer el costo que parametrizaremos respecto a las unidades vendidas, a la hora del cálculo de los gastos para la obtención del flujo de fondos del proyecto.

El monto total resultante de los costos directos generalmente representa una buena parte de los gastos totales del proyecto, por lo que es muy importante realizar estos cálculos lo más preciso posible.

2.7 Estrategia Competitiva

Una vez definido el o los productos y/o servicios a ofrecer debemos establecer la estrategia competitiva a aplicar para poder ingresar en el mercado.

Para ésto, y teniendo en cuenta todo lo indicado en los puntos anteriores, debemos definir:

- Como vamos a posicionarnos en el mercado respecto a la competencia, es decir si será por calidad o por precio. Si hacemos hincapié en la calidad no podremos poner los precios muy por debajo de la competencia, ya que no sería creíble la calidad con un precio tan bajo.
- Política de precios: establecer la evolución de los precios en el período del proyecto analizado, estableciendo su relación con los precios de la competencia.
- Estimar la participación de nuestra empresa en el mercado para el período analizado, es decir que porcentaje de participación sobre la proyección de la demanda estimada en cada año tendrá nuestra empresa.
- Definir la mezcla de marketing, es decir las 4 "P". Las cuatro "P" están conformadas por el Producto (combinación de los bienes y servicios ofrecidos por la empresa, en donde se encuentra el envase, la marca, la garantía, el servicio postventa, etc.), el Precio (definición de la cantidad de dinero que pagarán los clientes por el producto o servicio), Posición (definición de las características de distribución que tendrá el producto o servicio, es decir puntos de venta, intermediarios, política de distribución, etc.) y la Promoción (determinación de todas las actividades que comunican al público los beneficios del producto y tratan de convencerlo de la compra, como publicidad televisiva, radial y escrita, ventas personales, relaciones públicas y descuentos o regalos temporales),
- Determinación de las inversiones necesarias para llevar a cabo el proyecto.

2.8 Confección del Flujo de Fondos

Una vez definidas las características del negocio, las ventas previstas, los costos, las inversiones y los precios, debemos elaborar el flujo de fondos del proyecto.

Con los precios y las ventas previstas calculamos los ingresos previstos para cada uno de los años. Conviene hacerlo en forma desglosada para cada uno de los productos y servicios previstos.

Con los costos directos calculados, las ventas previstas y los demás gastos previstos como sueldos generales, marketing, incobrables, luz, teléfono, etc.

Las inversiones previstas se establecen para cada uno de los años del período analizado y se consideran en forma separada a los gastos de manera de poder calcular las amortizaciones correspondientes, a los efectos del cálculo de los impuestos.

2.9 Análisis Financiero

Debemos plantear una estructura de financiación posible de acuerdo al tipo de proyecto analizado. Debemos establecer:

- la tasa de interés posible obtenida
- los años de gracia iniciales (si existiesen)
- el plazo de amortización del préstamo

Al aplicarle al flujo de fondos este financiamiento, obtenemos un nuevo flujo de fondos.

Como resultado de ésto tendremos 2 flujos de fondos, que serán sin y con financiamiento los cuales evaluaremos.

El efecto del financiamiento afectará también el cálculo del impuesto a la renta.

2.10 Evaluación del Proyecto

A partir de los ingresos, egresos e inversiones obtenemos el flujo de fondos antes de impuestos.

En paralelo debemos calcular las amortizaciones (depreciaciones) anuales de activos a realizar a partir de las inversiones previstas y los períodos de amortización establecidos.

El Monto imponible sobre el cual calcular el impuesto estará compuesto por:

$$\text{Monto Imponible} = \text{Ingresos} - \text{Gastos} - \text{Intereses bancarios} - \text{Depreciaciones}$$

La tasa correspondiente al impuesto dependerá del país en el que se implemente el proyecto.

El resultado final lo obtenemos restando los impuestos al flujo de fondos antes de impuestos.

Para obtener el flujo de fondos del proyecto debemos restarle al flujo de fondos antes de impuestos los impuestos y la variación del capital de trabajo necesario para el funcionamiento del negocio.

El capital de trabajo se suele calcular aproximadamente determinando el período promedio de cobro (M meses) y calculando la cuota parte de los ingresos del año correspondiente. La variación del capital de trabajo necesario la obtenemos como la diferencia entre el capital de trabajo del año considerado y el del año anterior.

Para obtener el flujo de fondos que final del proyecto para su evaluación debemos agregar en el último año del período de evaluación el valor residual.

Para la estimación del valor residual existen distintas formas. Veremos a continuación 2 de ellas:

- Flujo perpetuo con crecimiento constante: Tomamos el flujo del último año del flujo del proyecto (año n sin valor residual) y asumimos un crecimiento del flujo para los futuros años (n+1 en adelante) a una tasa g, estimando los flujos futuros y calculando el valor actual de los mismos. El Flujo resultante, asumiendo que el flujo del año n es C será:

$$\text{Flujo} = \frac{c \cdot (1+g)}{(1+r)} + \frac{c \cdot (1+g)^2}{(1+r)^2} + \frac{c \cdot (1+g)^3}{(1+r)^3} + \dots$$

Si calculamos el valor actual en el año n del flujo estimado anterior tendremos:

$$\text{Valor Residual año } n = \frac{c \cdot (1+g)}{(1+r)^2} + \frac{c \cdot (1+g)^2}{(1+r)^3} + \frac{c \cdot (1+g)^3}{(1+r)^4} + \dots$$

$$\text{Valor Residual año } n = \frac{c}{r-g}$$

- A partir del EBIT (Earning Before Interests and Taxes) del último año del período evaluado, afectado por un multiplicador a definir según el tipo de negocio.

Obtenido el flujo de fondos final del proyecto con valor residual debemos evaluar el mismo con los siguientes indicadores:

- Flujo de Fondos Acumulados: Acumulación de flujos año a año
- Valor Actual Neto del Proyecto (VAN)
- Máxima Exposición del Proyecto: Valor más negativo del flujo de fondos acumulado.
- Período de Repago del Proyecto.
- Tasa Interna de Retorno (TIR).

Para el cálculo del VAN se debe determinar la tasa de oportunidad del proyecto. Esta tasa la calculamos con el WACC.

2.11 Análisis FODA

Es conveniente generalmente realizar un análisis cualitativo del proyecto analizando el mismo internamente (Fortalezas y Debilidades) y externamente (Amenazas y Oportunidades). Con esto se busca que nos podamos adelantar a hechos importantes que podrían afectar el negocio.

- *Amenazas y Oportunidades:* Se deben considerar las amenazas y oportunidades que se podrían tener que enfrentar en el futuro provenientes del entorno de la empresa.
- *Fortalezas y Debilidades:* Se deben considerar las fortalezas y debilidades que tiene la empresa para hacer frente a las amenazas y oportunidades que se presenten en el entorno.

II. EJERCICIOS

INTERÉS SIMPLE

- 1) Hallar el Interés Simple generado por un Capital de U\$S 7.500, colocado al 0,5% mensual durante 2 años y 3 meses.

Respuesta : U\$S 1.012,50

- 2) Hallar el Monto Final generado por un Capital de \$U 29.000, si éste fue colocado durante un año y 76 días al 25% anual.

Respuesta : \$U 37.780,56

- 3) A que Tasa de Interés fue colocado un Capital de U\$S 30.000, si durante 257 días generó un Interés de U\$S 1.100.

Respuesta : 5,14% anual

- 4) Durante cuanto Tiempo fue prestado un Capital de U\$S 15.000, si aplicándole la Tasa de Interés del 5,5% anual generó un Monto Final de U\$S 17.230.

Respuesta : 2 años y 253 días

- 5) Una empresa solicita un préstamo de U\$S 25.000 desde el 20 de marzo de 1998 al 30 de junio del mismo año. Si el Banco le cobra una Tasa de Interés de 13% anual, ¿cuál será el Monto a pagar en el vencimiento del préstamo?.

Respuesta : U\$S 25.920,83

- 6) Que cantidad de dinero debe ser depositada desde el 21 de abril al 4 de Julio del mismo año para obtener U\$S 1.050 de Intereses, si la Tasa de Interés que aplica el banco a este tipo de depósitos es del 5,25% anual.

Respuesta : U\$S 97.297,30

- 7) Una persona compra un auto cuyo precio de lista es de U\$S 18.500. Paga al contado U\$S 10.000 el día que firma el contrato de compra/venta (18 de abril de 1997) y el resto en 3 cuotas de U\$S 3.000 cada una, cuyos vencimientos son el 18 de mayo, el 18 de junio y el 18 de julio del mismo año. Calcular Tasa de Interés que se le aplicó a la financiación.

Respuesta : con Interés Simple 3,03% mensual con Interés Compuesto 2,91% mensual

- 8) Si se gana \$U 480 de Interés durante 3 meses con una inversión de \$U 24.000.

- a) ¿Cuál es la Tasa de Interés Simple trimestral?
b) ¿Cuál es la Tasa de Interés Simple anual?

Respuesta : a) R = 2% trimestral b) R = 8% anual

- 9) ¿Cuál es el Monto que se obtendría para un determinado Capital, sabiendo que éste genera \$ 315 de interés, colocado durante 1 año y 9 meses a una Tasa de Interés Simple semestral del 3%?.

Respuesta : \$U 3.315

- 10) ¿Durante cuánto Tiempo tendrán que invertirse \$U 10.000 para que se conviertan al final del período de depósito en \$U 12.000, si la Tasa de Interés Simple es 8% anual?.

Respuesta : 2 años y medio

- 11) ¿A qué Tasa de Interés Simple trimestral se triplicará una inversión en 3 años?.

Respuesta : 16,67% trimestral

12) Dos Capitales se invierten a una Tasa de Interés Simple de 20 % anual. Los mismos producen el mismo Monto si el primero es colocado durante 2 años y medio y el segundo durante 4 años. Se pide:

- a) Calcular los dos Capitales sabiendo que el interés percibido por las dos colocaciones es de \$U 14.000.
- b) ¿ Cuánto Tiempo es necesario para que los dos Capitales, colocados en la misma fecha, tengan una diferencia en sus Montos de \$U 10.000?.

Respuesta : a) \$U 12.000 y \$U 10.000 b) 20 años

INTERÉS COMPUESTO

- 1) Si un Capital de U\$S 29.000 se deposita al 5% anual nominal, durante 3 años, con capitalización de intereses trimestral, hallar el Monto al final del período.

Respuesta : U\$S 33.661,88

- 2) Hallar el Capital que produjo un Monto Final de U\$S 37.000, cuando fue colocado al 4% anual nominal, durante 3 años, con capitalización de intereses mensual.

Respuesta : U\$S 32.822,61

- 3) Hallar el Tiempo (en años y días) durante el cual tuvo que estar colocado un Capital de \$U 58.000, para generar un Monto Final de \$U 101.000, al 25% anual, con capitalización de intereses semestral.

Respuesta : 2 años y 128 días

- 4) Hallar la Tasa de Interés anual nominal a la que fue colocado un Capital de U\$S 17.000, si depositado durante 2 años y 3 meses generó un Monto Final de U\$S 19.000, habiendo tenido capitalización de intereses trimestral.

Respuesta : 4,97% anual efectiva

- 5) Si se invirtieron U\$S 15.000 el 23 de junio de 1977 a una Tasa de Interés de 6% anual nominal y capitalización de intereses semestral, y se deben retirar el 23 de diciembre de 2000. ¿Cuál será el Monto Final a retirar?.

Respuesta : U\$S 60.178,43

- 6) Hallar el Monto Final generado por un Capital de U\$S 1.500, colocado al 5,5% anual nominal durante 6 años y 10 meses, con capitalización de intereses mensual.

Respuesta : U\$S 2.182,43

- 7) Una familia decide guardar dinero para la educación de sus hijos y deposita el 21 de mayo de 1970 U\$S 5.000 al 6,5% anual con capitalización de intereses semestral. Si retirar el dinero el 21 de mayo de 1998, ¿cuál será el Monto Final?.

Respuesta : U\$S 29.978,74

- 8) Hallar la Tasa efectiva anual equivalente a una Tasa nominal del 10% anual con capitalización de intereses trimestral.

Respuesta : 10,38% anual

- 9) ¿ Cuántos Tiempo se requerirá para que una inversión se duplique si se coloca al 15% anual nominal, con capitalización de intereses anual?.

Respuesta : 4 años y 345 días

- 10) Hallar la Tasa Efectiva, la Tasa Efectiva de Interés en el período de capitalización y la Tasa real equivalentes de una Tasa Nominal de 5% anual si existe capitalización de intereses trimestral y la Tasa de Inflación esperada es 2%.

Respuesta : RE = 5,09% anual RC = 1,25% trimestral RR = 3,03% anual

- 11) ¿ Durante cuántos Tiempo deberé depositar una cierta cantidad de dinero para que a una Tasa de Interés del 7% anual y con capitalización de intereses semestral se me triplique?.

Respuesta : 15 años y 348 días

12) ¿ A qué Tasa de Interés anual fue solicitado un préstamo de U\$S 11.000, si a su vencimiento, transcurridos 8 meses, se debieron pagar U\$S 12.700?. La capitalización de intereses fue mensual.

Respuesta : 21,75% anual

13) Compare los intereses generados por U\$S 500 durante 10 años a una Tasa de Interés Simple de 8% anual, con lo ganado por la misma cantidad durante 10 años a una Tasa de Interés de 8% anual, con capitalización de intereses anual.

Respuesta : $I_s = \text{U}\$S 400$ $I_c = \text{U}\$S 579,46$

14) Calcular el Monto generado por un Capital de \$U 8.000 que se cobra luego de 8 años a una Tasa Efectiva de Interés del 10% anual. Hacer el mismo cálculo pero para 6 meses.

Respuesta : $M_1 = \$U 17.148,71$ $M_2 = \$U 8.390,47$

15) Calcular el Valor Actual de los siguientes pagos futuros:

- a) \$U 5.500 dentro de 6 años, a una Tasa Efectiva de Interés del 9% anual.
- b) \$U 4.300 dentro de 48 años a una Tasa Efectiva de Interés del 7% anual.

Respuesta : a) $C = \$U 3.279,47$ $C = \$U 167,13$

16) ¿ A qué Tasa Efectiva de Interés anual está colocada una inversión de U\$S 10.000 que aumenta a U\$S 13.690 en 8 años, si la capitalización de intereses es anual?.

Respuesta : $R = 4,00\%$ anual

17) ¿ Qué Tasa Efectiva de Interés anual corresponde a cada una de las siguientes situaciones?:

- a) Tasa de Interés Nominal del 9% anual, capitalizable semestralmente.
- b) Tasa de Interés Nominal del 9% anual, capitalizable mensualmente.
- c) Tasa de Interés Nominal del 9% anual, capitalizable trimestralmente.
- d) Tasa de Interés Nominal del 9% anual, capitalizable instantáneamente.

Respuesta : a) $R_E = 9,20\%$ b) $R_E = 9,38\%$ c) $R_E = 9,31\%$ d) $R_E = 9,42\%$

18) ¿Qué Tasa Efectiva de Interés trimestral corresponde a cada una de las siguientes situaciones?:

- a) Tasa Efectiva de Interés del 9% anual.
- b) Tasa de Interés Nominal del 9% anual, capitalizable trimestralmente.
- c) Tasa de Interés Nominal del 9% anual, capitalizable semestralmente.
- d) Tasa de Interés Nominal del 9% semestral, capitalizable instantáneamente.

Respuesta : a) $R_E = 2,18\%$ b) $R_E = 2,25\%$ c) $R_E = 2,23\%$ d) $R_E = 4,60\%$

19) Un acreedor propone a una empresa que no dispone de efectivo, las siguientes opciones de pago de una deuda de \$U 10.000:

- a) Pago al contado con 10% de descuento.
- b) Pago la mitad al contado y la restante mitad a 30 días, con un descuento del 5% en cada pago.
- c) Pago a 60 días sin intereses.
- d) Pago a 180 días con un 30 % de recargo.

La empresa puede obtener préstamos bancarios a una Tasa de Interés del 70% anual, con capitalización mensual y a plazos múltiples de un mes.

Determinar la conveniencia o no de solicitar préstamos bancarios para saldar la deuda, y en caso afirmativo optar por una de las formas de pago propuestas por el acreedor.

A los 180 días se dispone de suficiente efectivo en caja para pagar deudas.

Respuesta : Opción c)

DESCUENTO COMERCIAL

- 1) Un comerciante necesita dinero, para lo cual decide descontar en el banco un cheque diferido a 90 días cuyo valor es U\$S 3.000. Si la Tasa de Descuento Comercial Simple que le cobra el banco es del 15% anual, ¿cuál es monto de dinero que recibirá el comerciante?.

Respuesta : U\$S 2.887,50

- 2) Una empresa recibe U\$S 10.000 de parte de un banco y para ello debió firmar un documento cuyo vencimiento es dentro de 120 días. Si la Tasa de Descuento Comercial Simple cobrada por parte del banco es del 16% anual, ¿cuál es el valor del documento firmado?.

Respuesta : U\$S 10.563,38

- 3) Si descontamos varios documentos cuyo valor total es U\$S 25.000 y su vencimiento dentro de 60 días, y recibimos por el mismo U\$S 24.300, ¿cuál fue la Tasa de Descuento Comercial Simple aplicada por el banco?.

Respuesta : 1,40 % mensual

- 4) Si un documento de U\$S 5.000 y vencimiento dentro de 150 días es descontado a una Tasa de Descuento Comercial Compuesto de 13,5% anual con aplicaciones mensuales. Hallar la cantidad de dinero que se recibirá por dicho descuento.

Respuesta : U\$S 4.725,01

- 5) Si por el descuento de un cheque diferido a 90 días recibimos \$U 70.000 con una Tasa Efectiva de Descuento Comercial Compuesto de 45% anual, teniendo aplicaciones mensuales. Hallar la cantidad de dinero por la que fue emitido el cheque mencionado.

Respuesta : \$U 81.284.40

- 6) Si un cheque diferido de \$U 35.000 es descontado el 12 de agosto, a una Tasa de Descuento Comercial Compuesto del 49% anual efectivo con aplicaciones mensuales, y por el cual se reciben \$U 27.000. Hallar la fecha de cobro del cheque diferido mencionado.

Respuesta : 29 de diciembre

- 7) Una persona posee un documento por U\$S 20.000 que vence dentro de 6 meses. Se pide:

- a) Calcular el Descuento Comercial Simple y el Valor Actual del documento si la Tasa de Descuento es del 5% anual.
- b) Calcular el Descuento Comercial Compuesto y el Valor Actual del documento si la Tasa de Descuento es del 0,4% mensual con aplicaciones mensuales.

Respuesta : a) U\$S 500 y U\$S 19.500 b) U\$S 475,23 y U\$S 19.524,77

- 8) Una persona necesita \$U 100.000 que obtendrá de un banco que cobra una Tasa de Descuento Comercial Simple del 5% mensual, ¿por cuánto deberá firmar el Vale si lo reintegrará dentro de 4 meses?.

Respuesta : \$U 125.000

- 9) Un banco cobra por un préstamo a 90 días una Tasa de Interés Simple del 18% en los 3 meses, ¿cuál será la Tasa de Descuento Comercial Simple equivalente para los 3 meses?.

Respuesta : 15,25%

- 10) ¿Cuál es la Tasa Mensual de Descuento Comercial Compuesto equivalente a una Tasa de Interés Compuesto del 5,6% mensual?.

Respuesta : 5,3%

DESCUENTO RACIONAL

- 1) Un comerciante necesita dinero, para lo cual decide descontar en el banco un cheque diferido a 90 días cuyo valor es U\$S 3.000. Si la Tasa de Descuento Racional Simple que le cobra el banco es del 15% anual, ¿ cuál es monto de dinero que recibirá el comerciante?.

Respuesta : U\$S 2.891,57

- 2) Una compañía recibe U\$S 10.000 de parte de un banco y para ello debió firmar un documento cuyo vencimiento es dentro de 120 días. Si la Tasa de Descuento Racional Simple cobrada por parte del banco es del 16% anual, ¿ cuál es el valor del documento firmado?.

Respuesta : U\$S 10.533,33

- 3) Si descontamos varios documentos cuyo valor total es U\$S 25.000 y su vencimiento dentro de 60 días, y recibimos por el mismo U\$S 24.300, ¿ cuál fue la Tasa de Descuento Racional Simple aplicada por el banco?.

Respuesta : 1,44 % mensual

- 4) Si un documento de U\$S 5.000 y vencimiento dentro de 150 días es descontado a una Tasa de Descuento Racional Compuesto de 13,5% con aplicaciones mensuales. Hallar la cantidad de dinero que se recibirá por dicho descuento.

Respuesta : U\$S 4.728

- 5) Si por el descuento de un cheque diferido a 90 días recibimos \$U 70.000 con una Tasa Efectiva de Descuento Racional Compuesto de 45% anual, teniendo aplicaciones mensuales. Hallar la cantidad de dinero por la que emitido el cheque mencionado.

Respuesta : \$U 76.813,94

- 6) Si un cheque diferido de \$U 35.000 es descontado el 25 de marzo, a una Tasa de Descuento Racional Compuesto del 49% anual efectivo con aplicaciones mensuales, y por el cual se reciben \$U 27.000. Hallar la fecha de cobro del cheque diferido mencionado.

Respuesta : 14 de noviembre

- 7) Un documento por U\$S 50.000, que vence dentro de 6 meses se sustituye por otro que vence dentro de 2 meses. Calcular el Valor Nominal del nuevo documento si :

- a) se aplica una Tasa de Descuento Racional Simple del 9% trimestral.
- b) se aplica una Tasa de Descuento Racional Compuesto del 15% semestral con aplicaciones mensuales.

Respuesta : a) U\$S 44.642,86 b) U\$S 45.297,53

- 8) Una persona vende una casa en U\$S 70.000. El comprador ofrece pagarle U\$S 40.000 al contado y el resto con un cheque diferido a 2 meses. El vendedor acepta la propuesta con la condición de que el cheque cubra el descuento que efectuará el banco para obtener el dinero en forma inmediata.

- a) ¿Cuál será el importe del cheque si el banco aplica una Tasa de Descuento Racional Simple del 5% mensual?.
- b) ¿Cuál será el importe del cheque si el Banco aplica una Tasa de Descuento Racional Compuesto del 5% mensual?.

Respuesta : a) U\$S 33.000 b) U\$S 33.075

- 9) Dos deudas: una de \$U 15.000 exigible dentro de dos años y otra de \$U 25.000 que vence dentro de 5 años, se sustituyen por un único documento que vence dentro de un año. Se pide calcular el Valor Nominal de dicho documento en los siguientes casos:

- a) Con una Tasa de Descuento Comercial Compuesto del 40% anual capitalizable anualmente..
- b) Con una Tasa de Descuento Comercial Compuesto del 38% anual capitalizable semestralmente.
- c) Con una Tasa de Descuento Comercial Compuesto del 18% semestral capitalizable mensualmente.
- d) Con una Tasa de Descuento Comercial Compuesto del 15% anual capitalizable instantáneamente.

Respuesta : a) \$U 12.240 b) \$U 14.474,06 c) \$U 16.201,71 d) \$U 26.630,91

10) En una operación en la cual se aplica la Tasa de Descuento Comercial Compuesto Efectivo semestral del 15% y sabiendo que la inflación prevista será del 2% mensual acumulativo en el primer semestre y del 12 % anual Instantánea en el segundo semestre.

- a) Calcular la Tasa anual Real de Interés.
- b) Calcular la Tasa anual Real de Descuento.

Respuesta : a) 15,75% b) 10,16%

11) Una empresa industrial adquirió el 1/12/97 un equipo pagadero en cinco cuotas mensuales iguales de U\$S 10.300 a partir de esa fecha. Al 01/01/98 se abonaron las dos primeras cuotas, pero para hacer frente a las restantes se presentan serias dificultades financieras. Solo se dispone de documentos al cobro que individualmente tienen un valor nominal de \$U 5.000, cuyos vencimientos y montos totales son los siguientes:

Vencimiento	VN (\$U)
01/02/98	75.000
01/03/98	100.000
01/04/98	60.000

La empresa ha conseguido que en su oportunidad se descuenten a la Tasa del 30% anual de Descuento Comercial Compuesto capitalizable mensualmente, los documentos necesarios para saldar las cuotas 3 y 4, la 5ta cuota se abonará en parte con los documentos que vencen el 01/04/98 que aún no hayan sido descontados.

El tipo de cambio al 01/12/97 era de \$U 9,90 por dólar y al 01/01/98 es de \$U 10 por dólar. Se estima que en el futuro la desvalorización monetaria será del 1.01% mensual acumulativa.

Determine las necesidades adicionales de financiamiento, para el pago de la quinta cuota, considerando que los excedentes de cada descuento se invierten en capital de trabajo.

Respuesta : Necesito \$U 86152,53 adicionales para pagar la 5ta. cuota

EVALUACIÓN DE PROYECTOS

1) Se conoce el siguiente flujo de fondos correspondiente a un proyecto de inversión:

Momento 0	:	(150.000)
Año 1	:	40.000
Año 2	:	60.000
Año 3	:	80.000
Año 4	:	80.000

Se pide:

- a) Evaluar el proyecto aplicando el criterio del Valor Actual Neto. La tasa de corte utilizada por la empresa es del 12%.
- b) Evaluar el proyecto aplicando el criterio de la Tasa Interno de Retorno.

Respuesta : VAN = 41.329 TIR = 23,04%

2) Idem al ejercicio 1) pero considerando un proyecto con el siguiente flujo de fondo:

Momento 0	:	(150.000)
Años 1 al 9	:	50.000

Respuesta : VAN = 116.412 TIR = 30,24%

3) Idem al ejercicio 1) pero considerando un proyecto con el siguiente flujo de fondo:

Momento 0	:	(150.000)
Año 1	:	(50.000)
Año 2	:	100.000
Año 3	:	200.000

Respuesta : VAN = 27.432 TIR = 18,30%

4) Idem al ejercicio 1) pero considerando un proyecto con el siguiente flujo de fondo:

Momento 0	:	(5.000)
Año 1	:	40.000
Año 2	:	(48.750)

Respuesta : VAN = -8.148 TIR = 50% y 550%

5) Idem al ejercicio 1) pero considerando que la tasa de costo del capital es:

- hasta el año 2 inclusive : 12%
- desde el año 2 en adelante : 15%

Respuesta : VAN = 37.226 TIR = 23,04%

6) Idem al ejercicio 1) pero considerando que los flujos de fondos de los años 1 a 4 se producen al 30/6 de cada año. Evaluar el proyecto aplicando los criterios de VAN y TIR.

Respuesta : VAN = 52.484,41 TIR = 29,57%

7) Una empresa constructora dispone de un terreno cuyo valor es de U\$S 70.000 y piensa construir un edificio de 10 apartamentos cuyo costo de construcción asciende a U\$S 400.000 que se invertirán en partes iguales en 4 semestres (se supone dichas inversiones al final de los semestres). Se estima que los apartamentos pueden ser vendidos al contado a U\$S 70.000 durante el siguiente año (se consideran 5 apartamentos en el quinto semestre y 5 en el sexto). Por otra parte, reciben una oferta para la compra del terreno, ofreciéndole pagar U\$S 50.000 al contado, U\$S 30.000 al año y U\$S 30.000 a los dos años. Si la inversión alternativa es en bonos del tesoro cuya tasa efectiva anual es de 7,5%.

- a) Calcular VAN, TIR, Índice de Rentabilidad y Período de Repago de ambos Proyectos.
b) Decidir cual de las inversiones realizar.

Respuesta : a) Proyecto A : U\$S 138.121,98 / 12,18% / 1,32 / 6 semestres Proyecto B : U\$S 33.866,97 / 47,86% / 1,48 / 2 semestres b) Proyecto A

- 8) Un inversionista invierte U\$S 700.000 en una fábrica de plásticos. Suponemos que la misma generará U\$S 150.000 anuales netos (deducidos costos) durante 10 años. Si el valor estimado de la fábrica dentro de 10 años es de U\$S 600.000 y el costo de oportunidad es de 10% anual. Calcular VAN, TIR, Índice de Rentabilidad y Período de Repago de la inversión antes mencionada.

Respuesta : U\$S 453.011,04 / 20,90% / 1,65 / 7 años

- 9) Una empresa fabricante de máquinas de cortar césped analiza la posibilidad de fabricar un nuevo modelo. El flujo de tesorería previsto para este proyecto es el siguiente:

Año	0	1	2	3	4 a 10
<i>Inversión inicial</i>	-14.000				
<i>Ingresos</i>		9.000	15.000	20.000	50.000
<i>Ctos Operativos</i>		-4.000	-9.000	-12.000	-23.000
<i>Gastos Varios</i>		-3.000	-2.500	-3.000	-3.000
<i>Amortizaciones</i>		-1.400	-1.400	-1.400	-1.400
<i>Beneficio bruto</i>	-----	600	2.100	3.600	22.600
<i>Impuesto 30%</i>		180	630	1.080	6.780
		-----	-----	-----	-----
<i>Beneficio neto</i>		420	1.470	2.520	15.820

- a) Si la tasa de inversión alternativa es de 10% anual, calcular VAN, TIR, Índice de Rentabilidad, Período de Repago y Tasa de Rentabilidad Contable Media.
b) Determinar si es conveniente o no realizar la inversión.

Respuesta : a) U\$S 55.957,45 / 48,24 % / 1,34 / 4 años / 150% b) Es muy conveniente

- 10) Supongamos que tenemos 3 posibles proyectos en los cuales invertir con los siguientes flujos de fondos:

Año	0	1	2	3	4
<i>Proyecto A</i>	-4.000	1.000	1.200	2.900	100
<i>Proyecto B</i>	-1.000	100	900	2.100	3.000
<i>Proyecto C</i>	-5.000	1.000	1.100	2.900	8.500

Suponiendo el costo de oportunidad de 10% anual :

- a) Calcular el VAN para cada uno de los 3 proyectos.
b) Calcular la TIR para cada uno de los 3 proyectos.
c) Calcular el Período de Repago para cada uno de los 3 proyectos.
d) Calcular el Índice de Rentabilidad para cada uno de los 3 proyectos.
e) Si la empresa no quiere tener un Período de Repago mayor de 2 años, ¿ cuál de los 3 proyectos elegiría?.
f) Si la empresa no quiere tener un Período de Repago mayor de 3 años, ¿ cuál de los 3 proyectos elegiría?.
g) Si no hubiera limitantes respecto al Período de Repago, ¿ cuál de los 3 proyectos elegiría?.

Respuesta : a) U\$S 147,94 / U\$S 3.461,51 / U\$S 4.802,61 b) 11,73% / 78,70% / 35,71% c) 3 años / 3 años / 4 años d) 1,04 / 4,46 / 1,96 e) Ninguno f) Proyecto B g) Proyecto C.

RENTAS Y AMORTIZACIONES

- 1) Determinar cual es el Valor Actual y el Monto de una Renta de U\$S 1.000 semestrales, cobrados al final de cada semestre, si la tasa de interés aplicada es de 4% semestral efectivo. La duración de la renta es de 15 semestres.

Respuesta : VA = 11.118,39 M = 20.023,59

- 2) Se compra un auto pagando U\$S 2.000 al contado y 20 cuotas trimestrales de U\$S 1.000 cada una, al final de cada trimestre. Si la tasa aplicada es de 10% anual efectiva, ¿ cuál es el precio contado del auto?.

Respuesta : 17.722,52

- 3) Una persona se jubila y con el monto ahorrado en la AFAP contrata un seguro por 20 años de U\$S 1.000 mensuales, cobrando al comienzo de cada mes. Si la tasa considerada es de 6% anual efectiva, ¿ cuál fue el monto ahorrado en la AFAP?.

Respuesta : 142.039,02

- 4) Juan compra una casa, pagando U\$S 20.000 al contado y comprometiéndose a pagar cuotas de U\$S 3.000 semestrales durante 30 años a semestre vencido. Se acordó aplicar una tasa de 12% anual efectivo. Calcular :

- a) El valor contado de la casa.
- b) Si después de realizar 10 pagos desea saldar la deuda en el momento de tener que pagar la siguiente cuota, ¿cuál será la cantidad a abonar?.
- c) Si no paga las 15 primeras cuotas, ¿cuánto deberá pagar en el momento de la decimosexta cuota para quedar al día con los pagos?.

Respuesta : a) 69.740,36 b) 51.254,50 c) 75.949,07

- 5) Se quiere contratar un seguro para disponer dentro de 30 años de un monto de U\$S 100.000. Se acuerda pagar cuotas iguales a mes vencido durante los 30 años, aplicándose una tasa de 0,5% mensual efectivo. ¿Cuál será el monto de la cuota?.

Respuesta : 99,55

- 6) Una persona compra una heladera en cuotas mensuales de \$ 500, pagadas a mes vencido, si el precio contado de la heladera es de \$ 8.000 y la tasa aplicada es de 40% anual efectivo,

- a) ¿cuántas cuotas de \$ 500 deberá pagar ?
- b) ¿cuál será el monto de la última cuota ?

Respuesta : a) 21 b) 319,09

- 7) Compramos un equipo de aire acondicionado que tiene un precio contado de U\$S 4.000 o un plan de financiamiento pagando U\$S 500 al contado y 35 cuotas a mes vencido de U\$S 200. Calcular las tasas nominal y efectiva anuales aplicadas.

Respuesta : Tasa Nominal Anual = 54% Tasa Efectiva Anual = 69,59%

- 8) Una empresa está juntando fondos para cambiar su flota de ómnibus. Necesita U\$S 2.000.000 dentro de 10 años para lo cual está depositando en una cuenta una cierta cantidad de dinero todos los finales de mes. Si la tasa pagada por el banco es de 6% semestral efectiva, calcular el monto de cada cuota.

Respuesta : 8.817,40

- 9) Una empresa compró el 1 de marzo de 1998 una máquina cuyo precio de contado era de U\$S 500.000. La compra financiada con una tasa de 11 % anual efectivo, para lo cual acuerda pagar

cuotas trimestrales de U\$S 50.000 a trimestre vencido, pagando la primera el 1 de marzo de 1999. Determinar :

- a) ¿Cuántas cuotas de U\$S 50.000 debe pagar?
- b) ¿En qué fecha debe pagar la última cuota de U\$S 50.000?
- c) ¿Cuánto dinero deberá pagar en total?

Respuesta : a) 13 (la última es menor) b) 1 de marzo de 2002 c) 645.024,27

10) Se tiene una deuda de U\$S 40.000 y se determina amortizar la misma en 10 cuotas semestrales iguales, a una tasa de interés efectiva anual de 15%.

- a) Calcular el monto de cada cuota.
- b) Confeccionar una tabla de amortizaciones.

Respuesta : 5.757,92

11) Una empresa pide un préstamo de U\$S 30.000. El mismo será amortizado en 5 años, pagando cuotas semestrales iguales. Si se consideró una tasa de interés anual efectiva de 10% :

- a) Calcular el monto de la cuota.
- b) Calcular el capital adeudado luego de pagar la 5ta. Cuota.
- c) ¿A cuánto ascendieron los intereses cobrados?.

Respuesta : a) 3.864,22 b) 16.781,51 c) 8.642,20

12) Tenemos que pedir un préstamo de U\$S 60.000 para construir una casa. Para ello tenemos 2 opciones :

- a) Banco 1 : se amortiza en 30 cuotas trimestrales iguales de U\$S 4.000.
- b) Banco 2 : se amortiza en 10 cuotas anuales iguales a una tasa de 10% anual efectiva.
- c) Hacer la tabla de amortizaciones de ambas opciones. Determinar la mejor opción.

Respuesta : 0,0522 trimestral b) 9.764,72 c) opción b)

13) Una casa de electrodomésticos propone un plan de 5 cuotas de U\$S 120 mensuales para el pago de sus lavarropas automáticos. La primer cuota se paga al mes de la compra y la tasa de interés empleada es de 10% efectivo anual.

- a) Calcular el precio contado del lavarropas.
- b) Puede optarse por hacer los pagos desde el momento de la compra con una reducción de U\$S 10 en cada pago. Es esto mejor que el primer plan?.

Respuesta : a) 585,92 b) 541,37

14) Para la compra de un local valuado en U\$S 121.000.- una empresa se compromete a pagar cuotas anuales vencidas durante 12 años. La tasa de interés pactada es de 12% efectivo anual.

- a) Calcular cada cuota.
- b) ¿Cuál sería la cuota en el caso de una entrega contado del 20%?.

Respuesta : a) 19.533,85 b) 15.627,08

15) Una empresa dedicada a efectuar préstamos para consumo aplica la siguiente modalidad de pago para su plan de dos cuotas mensuales. Cobran el 10% del precio contado como entrega inicial, luego dos cuotas vencidas equivalentes al 50% del precio contado cada una. Ellos dicen que de esta forma cobran un 5% mensual de interés.

- a) Cuál es la tasa efectiva anual en realidad?.
- b) Una deuda de \$ 7.000.00 decide cancelarse en cuatro cuotas bimestrales de \$ 2.500 cada una. La primer cuota se pagará al principio del tercer bimestre calcular la tasa de interés efectiva anual.

Respuesta : a) 133,44% anual b) 86,44% anual

16) Una familia deposita U\$S 500 al fin de cada mes con el objetivo de reunir U\$S 9000 con los cuales piensan hacer un viaje. La cuenta en caja de ahorros que abrieron a tales efectos paga 4% de interés efectivo anual. Exactamente ¿en qué momento pueden disponer de la cantidad total?.

Respuesta : Al pagar la 18^{ava} cuota

17) Una deuda que originalmente se decidió cancelar en las siguientes condiciones:

- valor de la deuda \$ 100.000
- plazo 3 años
- cuotas anuales vencidas de \$ 50.000

se acuerda cancelarla en cuotas mensuales iguales. ¿Qué importe tendrán dichas cuotas?.

Respuesta : 3.777,37

18) Una persona compra una renta perpetua en U\$S 25.000 por la cual se le pagarán U\$S 1.125 mensuales vencidos luego de un cierto período. Si la compra se hizo el 15 de marzo de 1992 y el interés es 4.8% anual capitalizable mensualmente. ¿Cuándo se efectúa el primer pago?.

Respuesta : 50 años y 6 meses

19) Una persona colocó U\$S 5.000 en un banco el 10 de julio de 1997. En depósitos bimensuales posteriores fue aumentando la cantidad a depositar en U\$S 500 cada vez. ¿Cuánto deposita el 10 de marzo de 1998? A fines de marzo retira todo lo depositado. Calcular el monto teniendo en cuenta que la tasa de interés pactada es 6.155% anual capitalizable bimestralmente.

Respuesta : 30.569,85

20) Se presenta la siguiente información sobre una inversión:

	INGRESOS	EGRESOS (al final de cada período)
0		10.000
1	2.000	3.500
2	2.500	3.000
3	4.000	2.000
4	8.000	2.000
5	6.000	1.000

Se sabe además que el valor de rescate de la inversión es \$ 20.000 al final del 5to año.

- a) Determinar la conveniencia de realizar la inversión con una tasa de costo de capital de 10% efectivo anual utilizando el criterio del VAN.
- b) Hallar la TIR de dicha inversión.

Respuesta : VAN = 9.346,88 TIR = 25,37%

21) Se sabe que se puede realizar una inversión lo cuya vida útil se estima en 5 años cuyos ingresos netos anuales (a fin de cada año) estarán en progresión aritmética con 1° término el 10% de lo y razón 100 por año.

- a) Determinar cual sería la máxima lo para que esa inversión sea conveniente a una tasa de costo de capital de 12%.
- b) Si se sabe que lo = 800 ¿cuál tendría que ser la máxima tasa de costo de capital para aceptar como conveniente dicha inversión.

Respuesta : a) lo = 1.000,32 b) i = 16,85%

EJERCICIOS DE REPASO

1) Se disponen U\$S 13.000 y se tienen las siguientes alternativas para colocar dicho dinero durante un año, las mismas son:

- a) Depósito a una Tasa de Interés de 6,25% anual, sin capitalización de intereses en el año.
- b) Depósito a una Tasa de Interés Nominal de 6,10% anual, con capitalización de intereses mensual.
- c) Depósito a una Tasa de Interés de 3,06% semestral, con capitalización de intereses trimestral.

Determinar la mejor opción. Justificar dicha decisión.

Respuesta : Opción b)

2) Una determinada empresa tiene realizado un depósito a plazo fijo de U\$S 50.000 colocado a una Tasa de Interés de 7% anual durante 1 año, sin capitalización de intereses en dicho período. Ya han transcurrido 5 meses desde que depositó el dinero mencionado y se le presenta un nuevo negocio para el cual necesita U\$S 50.000, pero no dispone de dinero en efectivo. Considerando que:

- a) Si pide al banco los U\$S 50.000 depositados perderá los intereses generados durante los 5 meses transcurridos.
- b) Tiene la posibilidad de pedir un préstamo por U\$S 50.000 con una Tasa de Interés anual de 12%, con capitalización de intereses mensual.
- c) Puede descontar unos cheques diferidos cuyo vencimiento es dentro de 180 días y su monto total es de U\$S 55.000, aplicándole el banco una Tasa de Descuento Comercial Efectiva de 12,5% anual.

Determinar la mejor opción. Justificar dicha decisión.

Respuesta : Retirar el dinero del plazo fijo.

3) Una persona deposita en un banco un Capital de \$U 27.000 durante un año, sin capitalización de intereses y obtiene el mismo Monto que si depositara ese mismo Capital en otro banco, durante 15 meses sin capitalización de intereses. Sabiendo que las Tasas Efectivas anuales difieren en un 5%, Calcular ambas Tasas de Interés y el Monto Final.

Respuesta : 20%, 25%, \$U 33.750

4) Si un documento de U\$S 7.500, cuyo vencimiento es el 12 de diciembre de 1998 es descontado a una Tasa de Descuento Comercial Simple del 12% anual, recibándose U\$S 6.900. En que fecha fue descontado el mismo.

Respuesta : 16 de abril de 1998

5) Si un documento de U\$S 19.500, cuyo vencimiento es el 21 de noviembre de 1998 es descontado a una Tasa de Descuento Comercial Compuesto del 13% anual con aplicaciones mensuales, recibándose U\$S 17.800. En que fecha fue descontado el mismo.

Respuesta : 15 de marzo de 1998

6) Si un documento de \$U 47.500, cuyo vencimiento es el 2 de abril de 1998 es descontado a una Tasa de Descuento Racional Simple del 50% anual, recibándose U\$S 36.900. En que fecha fue descontado el mismo.

Respuesta : 7 de setiembre de 1997

7) Si un documento de U\$S 31.200, cuyo vencimiento es el 7 de junio de 1998 es descontado a una Tasa de Descuento Racional Compuesto del 15% anual, con aplicaciones mensuales, recibándose U\$S 30.100. En que fecha fue descontado el mismo.

Respuesta : 12 de marzo de 1998

8) Queremos obtener U\$S 12.500 descontando un documento de U\$S 13.000 cuyo vencimiento es el 15 de octubre de 1998. Si sabemos que las tasas de descuento comercial y racional simple expresadas mensualmente difieren 0,5%, se aplican mensualmente y que las fechas de descuento difieren entre sí 15 días. Sabemos que la tasa de descuento racional es mayor que la de descuento comercial.

- a) ¿En qué fecha tendré que descontarlo aplicando descuento comercial simple?
- b) ¿En qué fecha tendré que descontarlo aplicando descuento racional simple?
- c) ¿Cuáles son las tasas mensuales de ambos tipos de descuentos?

Respuesta : a) 4 de agosto b) 19 de agosto c) 1,60 y 2,10%

9) Una persona tiene distintas opciones para depositar U\$S 10.000.

- a) Banco 1: le ofrecen por depositarlo desde el 15 de enero de 1998 hasta al 15 de marzo del mismo año un monto final de U\$S 10.083,33 aplicándole interés simple y si lo deposita hasta el 15 de mayo del mismo año U\$S 10.150,85 aplicándole interés compuesto con capitalización de intereses mensual.
- b) Banco 2: le ofrecen por depositarlo hasta el día 15 de junio del mismo año un monto final de U\$S 10.197,37 aplicándole interés compuesto con capitalización mensual.

Decidir y justificar ¿en cuál de los dos Bancos y con que tipo de interés (en el caso del primero) convendrá depositar el capital mencionado si lo quiere depositar durante 7 meses?.

Respuesta : Banco 1 con interés simple

10) Una persona compra una casa pagando con un cheque diferido a 180 días por un valor de U\$S 40.000, el cual ya incluye los intereses generados durante el período por el cual se financia la compra (calculados con una tasa efectiva anual de 12%). Quien recibe dicho cheque lo descuenta en un banco ese mismo día recibiendo por el mismo U\$S 38.000. Si sabemos que en el Banco le aplican descuento comercial compuesto:

- a) ¿qué tasa de descuento efectiva anual le aplicaron al vendedor en el banco?
- b) ¿cuál es el precio contado de la casa?
- c) Considerando el precio contado de la parte anterior, ¿cuál sería el precio financiado justo para que el vendedor solo trasladara los intereses generados por el descuento?

Respuesta : a) 10,71% anual b) U\$S 37.796,47 c) U\$S 39.785,65

11) ¿Cuál es el monto en U\$S por el que se emite un cheque el 23 de abril y con fecha de pago del 12 de julio, si descontado al 15% anual efectivo y con descuento racional compuesto obtenemos U\$S 15.000?.

Respuesta : U\$S 15.473,18

12) Una empresa tiene que pagar una deuda de U\$S 15.000 y dispone de un cheque diferido a 120 días de U\$S 20.000 que puede ser descontado o la posibilidad de pedir un préstamo a 120 días (momento en el cual cobraría el cheque). Para el descuento, el banco le aplica una tasa de descuento comercial compuesto de 10% efectiva semestral, pudiendo depositar el resto del dinero en una cuenta que dispone, en la cual le pagan una tasa efectiva anual del 5,5%. Si decide tomar el préstamo, el banco le aplica una tasa efectiva de interés trimestral de 5,2%. ¿Por cuál de las dos opciones debe optar la empresa ?.

Respuesta : Préstamo

III. FÓRMULAS

INTERÉS SIMPLE

$$R = i \cdot 100$$

$$I = \frac{C \cdot R \cdot T}{100}$$

$$i = \frac{\frac{M}{C} - 1}{T}$$

$$C = \frac{I}{i \cdot T}$$

$$M = C + I$$

$$M = C \cdot (1 + i \cdot T)$$

$$T = \frac{I}{C \cdot i}$$

$$C = \frac{M}{1 + i \cdot T}$$

$$T = 4 \cdot 4 =$$

$$i = \frac{I}{C \cdot T}$$

$$T = \frac{\frac{M}{C} - 1}{i}$$

INTERÉS COMPUESTO

$$M = C \cdot (1 + i)^T$$

$$I = C \cdot [(1 + i)^T - 1]$$

$$C = \frac{M}{(1 + i)^T}$$

$$T = \frac{\log M - \log C}{\log(1 + i)}$$

$$i = \sqrt[T]{\frac{M}{C}} - 1$$

$$\left(1 + \frac{iN}{q}\right)^q = (1 + ic)^q = (1 + iE) = (1 + iD) \cdot (1 + iR)$$

$$iI = e^{iN} - 1$$

$$iN = L(1 + iI)$$

DESCUENTO COMERCIAL SIMPLE

$$D = V_N - V_A$$
$$V_A = V_N \cdot (1 - T \cdot d)$$

$$D = V_N \cdot T \cdot d$$

$$V_N = \frac{V_A}{1 - T \cdot d}$$

$$V_N = \frac{D}{T \cdot d}$$

$$T = \frac{1 - \frac{V_A}{V_N}}{d}$$

$$T = \frac{D}{V_N \cdot d}$$

$$d = \frac{1 - \frac{V_A}{V_N}}{T}$$

$$d = \frac{D}{V_N \cdot T}$$

DESCUENTO COMERCIAL COMPUESTO

$$V_A = V_N \cdot (1 - d)^T$$

$$V_N = \frac{V_A}{(1 - d)^T}$$

$$T =$$

$$\frac{\log V_A - \log V_N}{\log(1 - d)}$$

$$d = 1 - \sqrt[T]{\frac{V_A}{V_N}}$$

$$\left(1 - \frac{dN}{q}\right)^q = (1 - dc)^q = (1 - dE) = (1 - iD) \cdot (1 - dR)$$

$$dI = 1 - e^{-dN}$$

$$dN = -L(1 - dI)$$

TASA EFECTIVA DE DTO. COMERCIAL SIMPLE vs. DE INTERÉS SIMPLE

$$i = \frac{d}{1 - T \cdot d}$$

$$d = \frac{i}{1 + T \cdot i}$$

TASA EFECTIVA DE DTO. COMERCIAL COMPUESTO vs. DE INTERÉS COMPUESTO

$$i = \frac{d}{1 - d}$$

$$d = \frac{i}{1 + i}$$

DESCUENTO RACIONAL SIMPLE

$$VA = \frac{VN}{1+T \cdot d}$$

$$VA \cdot (1+T \cdot d)$$

$$T = \frac{VN/VA - 1}{d}$$

$$D = VA \cdot T \cdot d$$

$$T = \frac{D}{VA \cdot d}$$

$$d = \frac{D}{VA \cdot T}$$

$$VN =$$

$$d = \frac{VN/VA - 1}{T}$$

DESCUENTO RACIONAL COMPUESTO

$$VA = \frac{VN}{(1+d)^T}$$

$$D = VN \cdot \left[1 - \frac{1}{(1+d)^T} \right]$$

$$VN = VA \cdot (1+d)^T$$

$$T = \frac{\log VN - \log VA}{\log(1+d)}$$

$$d = \sqrt[T]{\frac{VN}{VA}} - 1$$

TASA EFECTIVA DE DTO. RACIONAL SIMPLE vs. DE INTERÉS SIMPLE

$$d = i$$

TASA EFECTIVA DE DTO. RACIONAL COMPUESTO vs. DE INTERÉS COMPUESTO

$$d = i$$

RENDA CIERTA, TEMPORAL, CONSTANTE, ENTERA, INMEDIATA Y VENCIDA

$$VA = C \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i}$$

$$M = C \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$M = VA \cdot (1+i)^n$$

$$VA = \frac{M}{(1+i)^n}$$

$$n = \frac{\log\left(1 - \frac{VA \cdot i}{C}\right)}{\log\left(\frac{1}{1+i}\right)}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{VN}{VA}} - 1$$

RENDA CIERTA, TEMPORAL, CONSTANTE, ENTERA, INMEDIATA Y ADELANTADA

$$VA = C \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i} \cdot (1+i)$$

$$M = C \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot (1+i)$$

$$M = VA \cdot (1+i)^n$$

$$VA = \frac{M}{(1+i)^n}$$

$$n = \frac{\log\left(1 - \frac{VA \cdot i}{C \cdot (1+i)}\right)}{\log\left(\frac{1}{1+i}\right)}$$

RENDA CIERTA, PERPETUA, CONSTANTE, ENTERA, INMEDIATA Y VENCIDA

$$VA = \frac{C}{i}$$

RENDA CIERTA, PERPETUA, CONSTANTE, ENTERA, INMEDIATA Y ADELANTADA

$$VA = \frac{C \cdot (1+i)}{i}$$

RENDA CIERTA, TEMPORAL, CONSTANTE, ENTERA, DIFERIDA Y VENCIDA

$$VA = C \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i \cdot (1+i)^q}$$

$$M = C \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$M = VA \cdot (1+i)^{q+n}$$

$$VA = \frac{M}{(1+i)^{q+n}}$$

$$n = \frac{\log\left(1 - \frac{VA \cdot i \cdot (1+i)^q}{C}\right)}{\log\left(\frac{1}{1+i}\right)}$$

CUADRO DE AMORTIZACIONES E INTERESES

Periodo	Deuda al principio del periodo	Interés	Amortización	Pago	Saldo al final del periodo
1					
2					
3					
4					
5					
6					

CÁLCULO DE LA CUOTA DE AMORTIZACIÓN

$$D = C \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i}$$

$$C = \frac{D \cdot i}{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}$$

$$D_{ik} = C \cdot \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^{n-k+1}}{i} \right)$$

$$I_k = C \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^{n-k+1} \right]$$

$$A_k = C \cdot \left(\frac{1}{1+i}\right)^{n-k+1}$$

$$D_{fk} = C \cdot \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^{n-k}}{i} \right)$$

IV. PROGRESIONES

I. Cálculo de Progresiones Aritméticas

Supongamos la siguiente progresión aritmética de n términos:

$$P = a + (a + b) + (a + 2 \cdot b) + (a + 3 \cdot b) + \dots + (a + (n - 1) \cdot b)$$

a = primer término de la progresión

b = diferencia común entre términos

Si le llamamos al n -ésimo término $k = a + (n - 1) \cdot b$ la progresión anterior la podemos expresar de las siguientes 2 maneras:

$$P = a + (a + b) + (a + 2 \cdot b) + \dots + (k - 2 \cdot b) + (k - b) + k$$

$$P = k + (k - b) + (k - 2 \cdot b) + \dots + (a + 2 \cdot b) + (a + b) + a$$

Sumando las 2 expresiones anteriores nos queda:

$$2 \cdot P = (a + k) + (a + k) + (a + k) + \dots + (a + k) + (a + k) + (a + k)$$

$$2 \cdot P = n \cdot (a + k)$$

De donde el resultado de la progresión aritmética es:

$$P = \frac{n}{2} \cdot (a + k)$$

Sustituyendo k nos queda:

$$P = \frac{n}{2} \cdot (2 \cdot a + (n - 1) \cdot b)$$

2 Cálculo de Progresiones Geométricas

Supongamos la siguiente progresión geométrica de n términos:

$$P = a + a \cdot b + a \cdot b^2 + a \cdot b^3 + \dots + a \cdot b^{n-1}$$

a = primer término de la progresión

b = razón de la progresión

Multiplicando la progresión anterior por b nos queda:

$$b \cdot P = a \cdot b + a \cdot b^2 + a \cdot b^3 + a \cdot b^4 + \dots + a \cdot b^n$$

Restando ambas expresiones nos queda:

$$P - b \cdot P = a + (a \cdot b - a \cdot b) + (a \cdot b^2 - a \cdot b^2) + (a \cdot b^3 - a \cdot b^3) + \dots + (a \cdot b^{n-1} - a \cdot b^{n-1}) - a \cdot b^n$$

$$P - b \cdot P = a - a \cdot b^n$$

Despejando P nos queda:

$$P = \frac{a - a \cdot b^n}{1 - b}$$

ó :

$$P = \frac{a \cdot b^n - a}{b - 1}$$

$P = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a - a \cdot b^n}{1 - b} = \frac{a}{1 - b}$ Si la progresión geométrica es infinita y $b < 1$, el resultado de su suma es el límite del resultado anterior cuando $n \rightarrow \infty$:

$$P = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a - a \cdot b^n}{1 - b} = \frac{a}{1 - b}$$

$$P = \frac{a}{1 - b}$$

VI. EJERCICIOS PARCIALES

PARCIAL 1 15/5/98

Problema 1) Una persona quiere invertir sus ahorros hasta dentro de 4 años, momento en el cual los necesita para pagar los estudios de su hijo. Dichos ahorros ascienden a U\$S 20.000, disponiendo de las siguientes alternativas para colocar dicho dinero durante ese período:

- a) Depositarlo en el fondo de inversiones del Banco "Plata Feliz", cuya tasa de interés es de 7% anual efectiva.
- b) Depositarlo a plazo fijo en el Banco "Dinero Fácil", cuya tasa de interés nominal es 6% anual con capitalización de intereses mensual.
- c) Depositarlo en el fondo de inversiones del Banco "Negocio Seguro", cuya tasa de interés es 0,55% mensual efectiva.
- d) Depositarlo a plazo fijo en el Banco "Dinero Amigo", cuya tasa de interés efectiva es 1,6% trimestral.

- I) Determinar la mejor opción. Justificar dicha decisión.
- II) Si aparece un nuevo banco en plaza que considera una tasa real de 1% anual y la inflación prevista en U\$S es de 6% anual para cada uno de los próximos 4 años. Determinar si es mejor o peor opción que la hallada en la parte I).

Problema 2) Una empresa tiene que comprar una máquina cuyo precio es de U\$S 20.000 contado y dispone de un cheque diferido a 150 días por un monto de U\$S 25.000. Para pagar la máquina la empresa tiene 2 opciones:

- a) Descontar el cheque diferido en el banco el cual le aplica una tasa de descuento comercial compuesto de 1% mensual efectivo, pagar la máquina y depositar el resto en una caja de ahorro a una tasa de interés efectiva mensual de 0,4%.
- b) Pedir un préstamo a 150 días por U\$S 20.000, saldándolo al cobrar el cheque diferido. La tasa de interés que cobra el Banco es de 15% anual efectivo.

- I) Determinar la mejor opción. Justificar dicha decisión.
- II) Cuál fue la tasa de descuento anual efectiva cobrada por el banco en la opción a) y la tasa de interés compuesto equivalente a la misma.

Problema 3) Un Mayorista debe pagar una deuda por compra de mercadería por un valor de U\$S 50.000. No dispone de efectivo, pero tiene un cheque diferido por U\$S 60.000 a 150 días que puede descontar en los siguientes bancos:

- a) El Banco "Buen Dinero" cobra una tasa de descuento comercial compuesto del 14% anual efectivo.
- b) El Banco "Money-Money" cobra una tasa de descuento racional compuesto del 1% mensual efectivo.

- I) Determinar en que Banco conviene realizar el descuento y el monto que recibiremos por el mismo.
- II) Cuál sería la tasa de descuento comercial compuesto anual efectiva equivalente a la expresada en la opción b), de manera de obtener la misma cantidad de dinero.

PARCIAL 2 15/5/98

Problema 1) Una empresa emitió en una misma fecha varios cheques diferidos a sus acreedores con los siguientes detalles:

Cheque 1: U\$S 20.000 con vencimiento dentro de 150 días.

Cheque 2: U\$S 30.000 con vencimiento dentro de 90 días.

Cheque 3: U\$S 10.000 con vencimiento dentro de 120 días.

Transcurridos 60 días luego de haber emitido los cheques la empresa dispone de dinero en efectivo, por lo que negocia con sus acreedores para adelantar el pago de los 3 cheques antes citados. Si en la negociación deciden aplicar descuento comercial compuesto, con una tasa de descuento del 1% mensual efectivo:

- I) calcular los montos a pagar a sus respectivos acreedores.
- II) cual fue la tasa de descuento anual efectiva negociada.
- III) supongamos que la empresa decide pagar el cheque 2 y hacer un nuevo cheque por los otros dos con vencimiento 30 días luego de los 60 mencionados anteriormente. Si la tasa de descuento es la misma que la de la parte I), determinar el monto por el que se debe emitir el nuevo cheque.

Problema 2) Una persona desea invertir sus ahorros por 5 años. Dichos ahorros ascienden a U\$S 30.000, disponiendo de las siguientes alternativas para colocar dicho dinero durante ese período:

- a) Depositarlo en el fondo de inversiones del Banco "Plata Feliz", cuya tasa de interés es de 7,5% anual efectiva.
 - b) Depositarlo a plazo fijo en el Banco "Dinero Fácil", cuya tasa de interés nominal es 3,5% semestral con capitalización de intereses mensual.
 - c) Depositarlo en el fondo de inversiones del Banco "Negocio Seguro", cuya tasa de interés es 0,55% mensual efectiva.
 - d) Depositarlo a plazo fijo en el Banco "Dinero Amigo", cuya tasa de interés efectiva es 3,7% semestral.
- I) Determinar la mejor opción. Justificar dicha decisión.
 - II) Si aparece un nuevo banco en plaza que considera una tasa real de 1% anual y la inflación prevista en U\$S es de 6,5% anual para cada uno de los próximos 5 años. Determinar si es mejor o peor opción que la hallada en la parte I).

Problema 3) Una empresa tiene que comprar mercadería por un valor de U\$S 30.000, y debe pagarla al contado. No dispone de dinero en efectivo pero tiene un cheque diferido a 120 días por un monto de U\$S 35.000. Para pagar la mercadería la empresa tiene 2 opciones:

- a) Descontar el cheque diferido en el banco el cual le aplica una tasa de descuento comercial compuesto de 1% mensual efectivo, pagar la mercadería y depositar el resto en una caja de ahorro a una tasa de interés efectiva mensual de 0,4%.
 - b) Pedir un préstamo a 120 días por U\$S 30.000, saldándolo al cobrar el cheque diferido. La tasa de interés que cobra el Banco es de 7,5% semestral efectivo.
- I) Determinar la mejor opción. Justificar dicha decisión.
 - II) Cuál fue la tasa de descuento semestral efectiva cobrada por el banco en la opción a) y la tasa de interés compuesto equivalente a la misma.

PARCIAL 3 15/5/98

Problema 1) Una empresa recibe varios cheques diferidos con los siguientes detalles:

- Cheque 1: U\$S 30.000 con vencimiento dentro de 150 días.
- Cheque 2: U\$S 40.000 con vencimiento dentro de 90 días.
- Cheque 3: U\$S 20.000 con vencimiento dentro de 120 días.

Transcurridos 30 días decide descontar los tres cheques en el banco con descuento racional compuesto y una tasa de 6% trimestral efectivo. Se pide :

- I) Calcular la cantidad de dinero que recibirá del banco por el descuento.
- II) Cual fue la tasa de descuento anual efectiva aplicada por el banco.
- III) Supongamos que el que emitió el cheque 2 le propone cambiarle el mismo por otro cuyo vencimiento es 90 días más tarde. Se acuerdan aplicar descuento comercial compuesto para obtener el nuevo valor del cheque y una tasa de 2,5% mensual efectivo. Calcular el valor por el que es emitido el nuevo cheque.

Problema 2) Una persona compra un negocio pagándolo con un cheque diferido a 210 días por un valor de U\$S 70.000, el cual ya incluye los intereses generados durante el período por el cual se financia la compra (calculados con una tasa efectiva anual de 20%). Quien recibe dicho cheque lo descuenta en un banco ese mismo día recibiendo por el mismo U\$S 66.000. Si sabemos que en el Banco le aplican descuento comercial compuesto:

- I) ¿qué tasa de descuento efectiva anual le aplicaron al vendedor en el banco?
- II) ¿que tasa de descuento real le aplicó el banco al vendedor, sabiendo que la inflación anual efectiva es 8%?
- III) ¿cuál es el precio contado del negocio?
- IV) Considerando el precio contado de la parte anterior, ¿cuál sería el precio financiado justo para que el vendedor solo trasladara los intereses generados por el descuento?

Problema 3) Una persona quiere invertir sus ahorros hasta dentro de 6 años, momento en el cual los necesita para pagar los estudios de su hijo. Dichos ahorros ascienden a U\$S 30.000, disponiendo de las siguientes alternativas para colocar dicho dinero durante ese período:

- a) Depositarlo en el fondo de inversiones del Banco "Plata Feliz", cuya tasa de interés es de 3,5% semestral efectiva.
 - b) Depositarlo a plazo fijo en el Banco "Dinero Fácil", cuya tasa de interés nominal es 6% anual con capitalización de intereses trimestral.
 - c) Depositarlo en el fondo de inversiones del Banco "Negocio Seguro", cuya tasa de interés es 0,65% mensual efectiva.
 - d) Depositarlo a plazo fijo en el Banco "Dinero Amigo", cuya tasa de interés efectiva es 1,8% trimestral.
- I) Determinar la mejor opción. Justificar dicha decisión.
 - II) Si aparece un nuevo banco en plaza que considera una tasa real de 1% semestral y la inflación prevista en U\$S es de 5% anual para cada uno de los próximos 6 años. Determinar si es mejor o peor opción que la hallada en la parte I).

PARCIAL 26/4/99

Problema 1) Juan ha recibido una herencia cuyo monto asciende a U\$S 100.000. Como desea guardarla para su vejez decide invertirla durante 10 años. Juan dispone de las siguientes alternativas para colocar dicho dinero:

- a) Depositarlo a plazo fijo en el Banco "Money-Money", aplicándose una tasa de interés efectiva del 3,6% semestral. Se aplica interés compuesto.
 - b) Depositarlo a plazo fijo en el Banco "Caimán", aplicándose una tasa de interés nominal del 7% anual con capitalización de intereses trimestral. Se aplica interés compuesto.
 - c) Invertirlo en el fondo de inversiones "Portafolio Seguro", que genera una tasa de interés del 7,5% anual efectiva. Se aplica interés compuesto.
 - d) Invertirlo en el fondo de inversiones "Portafolio Amigo", que genera una tasa de interés del 0,6% mensual efectiva. Se aplica interés compuesto.
- I) Determinar la mejor opción. Justificar dicha decisión.
- II) Si se dispone de una nueva opción para depositar el dinero a plazo fijo, en donde el banco aplica una tasa real efectiva del 6,3% anual y la inflación prevista en U\$S es del 1% anual efectiva para los próximos 10 años. Determinar si es mejor o peor opción que la hallada en la parte I).

Problema 2) Por problemas financieros, la empresa ABCD S.A. el día 30/04/99 desea cambiar algunos cheques diferidos ya emitidos a sus acreedores por otros con fechas 31/07/99. Dichos cheques son los siguientes:

- Cheque 1: U\$S 30.000 con vencimiento el 30/04/99.
- Cheque 2: U\$S 40.000 con vencimiento el 31/05/99.
- Cheque 3: U\$S 20.000 con vencimiento el 30/06/99.

Para la negociación de las cifras con las que se emitirán los nuevos cheques deciden aplicar descuento comercial compuesto, con una tasa de descuento del 1% mensual efectivo:

- I) Calcular las cifras por las que se deben emitir los 3 nuevos cheques de vencimiento el 31/07/99.
- II) Calcular la tasa de descuento anual efectiva negociada.
- III) Supongamos que la empresa ABCD S.A. dispone el 30/04/99 de dinero suficiente como para adelantar el pago del Cheque 3. Si acuerda con el acreedor aplicar descuento comercial compuesto para calcular la cantidad de dinero a pagar el 30/04/99 (el cheque vencía el 31/06/99). La tasa de descuento considerada es de 10% anual efectiva. Determinar la cantidad de dinero a entregar al acreedor por el canje del Cheque 3.

Problema 3) La empresa SIEMPRE LISTO S.A. debe comprar el 30/04/99 un camión cuyo precio de lista es de U\$S 100.000, disponiendo de varias opciones para su pago:

- a) Descontar un cheque diferido de U\$S 105.000 cuya fecha de vencimiento es el 30/06/99. Se aplica una tasa de descuento racional compuesto de 1% mensual efectivo.
 - b) Pedir un préstamo a 60 días por U\$S 100.000, saldando el mismo el 30/06/99 con el cobro del cheque diferido de U\$S 103.000. La tasa de interés que cobra el Banco es del 12% anual efectivo. Se aplica interés compuesto.
- I) Calcular la tasa mensual efectiva aplicada en la opción b)
- II) Calcular la cantidad de dinero a recibir por el descuento del cheque diferido en la opción a).

- III) Calcular el monto de dinero a pagar el 30/06/99 por el préstamo de la opción b).
- IV) Calcular la tasa de descuento racional compuesto equivalente a la tasa de interés compuesto aplicada en la opción b).
- V) Determinar cual es la mejor opción. Considerar que el dinero sobrante luego de pagar el camión en la opción a) queda en caja sin generar intereses.

PARCIAL 1 2/7/98

Problema 1) Una empresa que fabrica plásticos debe decidir entre las siguientes dos alternativas:

- a) Realizarle a la máquina actual un servicio de mantenimiento, cuyo costo asciende a U\$S 20.000. Se prevé gastos operativos de U\$S 3.000 e ingresos de U\$S 10.000 para cada uno de los siguientes 5 años. El valor de la máquina en el quinto año se supone nulo.
 - b) Vender la actual máquina en U\$S 15.000 y comprar una nueva en U\$S 100.000. Se prevé gastos operativos de U\$S 1.500 e ingresos de U\$S 30.000 para cada uno de los siguientes 5 años. El valor de la máquina en el quinto año se supone de U\$S 20.000.
- I) Calcular el VAN y el Índice de Rentabilidad para cada uno de los proyectos, considerando como costo de oportunidad una tasa de 12% anual.
 - II) Determinar cual es la mejor opción.
 - III) Plantear y explicar como calcularía la TIR en el proyecto de la alternativa a) (no es necesario obtener el resultado).

Problema 2) La empresa necesita comprar un nuevo edificio cuyo precio contado es de U\$S 100.000, y debe decidir entre las siguientes 3 formas de pago:

- a) Pagarlo al contado, pidiendo un préstamo y amortizándolo en 12 cuotas mensuales, iguales, pagadas al final de cada mes, considerando una tasa efectiva anual de 15%.
 - b) Pagarlo en 4 cuotas trimestrales iguales de U\$S 30.000. Las cuotas se pagan al principio de cada trimestre.
 - c) Pagarlo en 2 cuotas semestrales iguales de U\$S 62.000. Las cuotas se pagan a semestre vencido.
- I) Determinar el valor de la cuota en la alternativa a).
 - II) Determinar las tasas de interés anuales efectivas aplicadas en las alternativas b) y c).
 - III) Determinar el total de intereses pagados en la alternativa a) y cual es la mejor alternativa.

Problema 3) A una empresa se le ofrece un nuevo negocio cuya duración es de 5 años. Para realizar el mismo debe invertir U\$S 50.000, por lo que debe pedir un préstamo por esa cantidad, el cual amortizará en 5 cuotas anuales e iguales, aplicándosele una tasa de interés de 15% anual.

- I) Calcular el valor de la cuota a pagar para amortizar el préstamo.
- II) Si los ingresos del proyectos son U\$S 20.000 para cada uno de los 5 años y el costo de oportunidad es del 10% anual. Calcular el VAN y el Período de Repago del proyecto. Considerar que los únicos egresos son los de las cuotas a pagar.
- III) Calcular la deuda que se mantiene con el banco luego de pagar la tercera cuota.

PARCIAL 2 2/7/98

Problema 1) Una empresa posee las siguientes alternativas de inversión:

- a) Comprar una máquina de envasado de alto rendimiento cuyo costo es de U\$S 200.000. Se prevé para los próximos cuatro años egresos anuales de U\$S 50.000 e ingresos anuales de U\$S 130.000. Se prevé para el final del cuarto año un valor de venta de la máquina de U\$S 80.000.
 - b) Comprar una máquina de envasado de menor rendimiento cuyo costo es de U\$S 100.000. Se prevé para los próximos cuatro años egresos anuales de U\$S 50.000 e ingresos anuales de U\$S 80.000. Se prevé para el final del cuarto año un valor de venta de la máquina de U\$S 40.000.
- I) Calcular el VAN, el Índice de Rentabilidad y el Período de Repago para cada uno de los proyectos, considerando como costo de oportunidad una tasa de 10% anual.
 - II) Determinar cual es la mejor opción.
 - III) Plantear y explicar como calcularía la TIR en el proyecto de la alternativa a) (no es necesario obtener el resultado).

Problema 2) Una empresa pide un préstamo al banco por U\$S 60.000 y decide amortizarla en 4 cuotas semestrales iguales, pagadas al final de cada semestre, aplicándose una tasa efectiva anual de 14%.

- I) Determinar el valor de la cuota a pagar.
- II) Realizar el cuadro de amortizaciones e intereses de la deuda.
- III) Cuantas cuotas de U\$S 15.000, semestrales, pagadas a semestre vencido se deberán abonar, si se aplica una tasa efectiva anual de 14%.

Problema 2) La empresa necesita comprar un nuevo galpón para instalar su fábrica cuyo precio contado es de U\$S 300.000, y debe decidir entre las siguientes 3 formas de pago :

- a) Pagarlo en 12 cuotas mensuales iguales al comienzo de cada mes, aplicándose una tasa efectiva anual de 12%.
 - b) Pagarlo en 4 cuotas trimestrales iguales de U\$S 90.000. Las cuotas se pagan al final de cada trimestre.
 - c) Pagarlo en 2 cuotas semestrales iguales, aplicándosele una tasa efectiva mensual de 0,9%. Las cuotas se pagan a semestre vencido.
- I) Determinar el valor de la cuota en las alternativas a) y c).
 - II) Determinar la tasa de interés anual efectiva aplicada en la alternativa b).
 - III) Determinar cual es la mejor alternativa.

PARCIAL 3 2/7/98

Problema 1) Una empresa constructora debe decidir entre las siguientes dos alternativas:

- a) Realizar el hormigonado de los edificios con hormigoneras portátiles. Para ello deben comprar 10 unidades completas cuyo costo total asciende a U\$S 15.000. Se prevé para los próximos 3 años gastos de operación de U\$S 100.000 e ingresos de U\$S 150.000 para cada año. El valor de las hormigoneras en el tercer año se supone nulo.
 - b) Realizar el hormigonado de los edificios con un camión hormigonero cuyo costo es de U\$S 200.000. Con este camión, los costos por año se reducen a U\$S 50.000 y los ingresos se mantienen en U\$S 150.000 por año. El valor del camión en el tercer año se supone de U\$S 100.000.
- I) Calcular el VAN y el Índice de Rentabilidad para cada uno de los proyectos, considerando como costo de oportunidad una tasa de 10% anual.
 - II) Determinar cual es la mejor opción.
 - III) Plantear y explicar como calcularía la TIR en el proyecto de la alternativa a) (no es necesario obtener el resultado).

Problema 2) La empresa necesita comprar una nueva flota de vehículos cuyo precio contado es de U\$S 80.000, y debe decidir entre las siguientes 2 formas de pago:

- a) Pagarlo al contado, pidiendo un préstamo y amortizándolo en cuotas de U\$S 6.000, mensuales, iguales, pagadas al final de cada mes, considerando una tasa efectiva anual de 17%.
 - b) Pagarlo en 3 cuotas semestrales iguales de U\$S 35.000. Las cuotas se pagan a semestre vencido.
- I) Determinar la cantidad de cuotas a pagar en la alternativa a).
 - II) Determinar la tasa de interés anual efectiva aplicada en la alternativa b).
 - III) Determinar el total de intereses pagados en la alternativa b) y cual es la mejor alternativa.

Problema 3) A una empresa se le ofrece un nuevo negocio cuya duración es de 4 años. Para realizar el mismo debe invertir U\$S 70.000, por lo que debe pedir un préstamo por esa cantidad, el cual amortizará en 4 cuotas anuales e iguales, aplicándosele una tasa de interés de 17% anual.

- I) Calcular el valor de la cuota a pagar para amortizar el préstamo.
- II) Si los ingresos del proyecto son U\$S 30.000 para cada uno de los 4 años y el costo de oportunidad es del 10% anual. Calcular el VAN y el Período de Repago del proyecto. Considerar que los únicos egresos son los de las cuotas a pagar.
- III) Calcular que cantidad correspondió a intereses y cuanto a amortización en la tercera cuota.

PARCIAL 4 2/7/98

Problema 1) Una empresa que fabrica plásticos debe decidir entre las siguientes dos alternativas:

- a) Realizarle a la máquina actual un servicio de mantenimiento, cuyo costo asciende a U\$S 20.000. Se prevé gastos operativos de U\$S 3.000 e ingresos de U\$S 10.000 para cada uno de los siguientes 5 años. El valor de la máquina en el quinto año se supone nulo.
 - b) Vender la actual máquina en U\$S 15.000 y comprar una nueva en U\$S 100.000. Se prevé gastos operativos de U\$S 1.500 e ingresos de U\$S 30.000 para cada uno de los siguientes 5 años. El valor de la máquina en el quinto año se supone de U\$S 20.000.
- I) Calcular el VAN y el Índice de Rentabilidad para cada uno de los proyectos, considerando como costo de oportunidad una tasa de 12% anual.
 - II) Determinar cual es la mejor opción.
 - III) Plantear y explicar como calcularía la TIR en el proyecto de la alternativa a) (no es necesario obtener el resultado).

Problema 2) La empresa necesita comprar un nuevo edificio cuyo precio contado es de U\$S 100.000, y debe decidir entre las siguientes 3 formas de pago:

- a) Pagarlo al contado, pidiendo un préstamo y amortizándolo en 12 cuotas mensuales, iguales, pagadas al final de cada mes, considerando una tasa efectiva anual de 15%.
 - b) Pagarlo en 4 cuotas trimestrales iguales de U\$S 30.000. Las cuotas se pagan al principio de cada trimestre.
 - c) Pagarlo en 2 cuotas semestrales iguales de U\$S 62.000. Las cuotas se pagan a semestre vencido.
- I) Determinar el valor de la cuota en la alternativa a).
 - II) Determinar las tasas de interés anuales efectivas aplicadas en las alternativas b) y c).
 - III) Determinar el total de intereses pagados en la alternativa a) y cual es la mejor alternativa.

Problema 3) A una empresa se le ofrece un nuevo negocio cuya duración es de 5 años. Para realizar el mismo debe invertir U\$S 50.000, por lo que debe pedir un préstamo por esa cantidad, el cual amortizará en 5 cuotas anuales e iguales, aplicándosele una tasa de interés de 15% anual.

- I) Calcular el valor de la cuota a pagar para amortizar el préstamo.
- II) Si los ingresos del proyectos son U\$S 20.000 para cada uno de los 5 años y el costo de oportunidad es del 10% anual. Calcular el VAN y el Período de Repago del proyecto. Considerar que los únicos egresos son los de las cuotas a pagar.
- III) Calcular la deuda que se mantiene con el banco luego de pagar la tercera cuota.