

1) a) Definir Potencia de un punto respecto a una circunferencia y demostrar que la potencia así definida es constante, si el punto y la circunferencia son fijos.

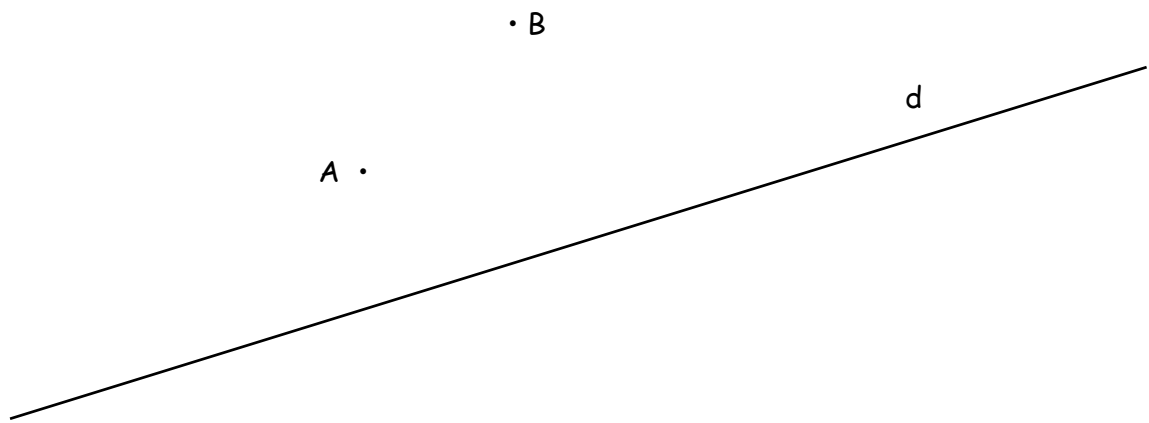
b) Deducir una expresión que relacione la posición de un punto E respecto a una circunferencia C con el signo de la potencia del punto E respecto a C.

c) Representar gráficamente : $(x - y^2 + 2y + 2)(9x^2 - 54x + 4y^2 + 8y + 49) \geq 0$

d) ¿Qué puntos de la circunferencia $3x^2 + 3y^2 + 4x - 7y - 15 = 0$ no tienen polar?

e) Dada una circunferencia y un punto Q, interior a la circunferencia, construir sólo con regla y compás, la polar de Q respecto a la circunferencia. Discutir y Justificar.

2) a) Dadas una recta d, directriz de la parábola P y 2 puntos A y B que pertenecen a la parábola, ubicar sólo con regla y compás 2 puntos más de dicha parábola P. Justificar.



b) Dada la cónica $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9 = 0$, graficarla. Justificar.

c) Halla la ecuación de la envolvente de la siguiente familia de rectas:

$$r_m) (2 - 6m)x + 2y + 9m^2 = 0.$$

3) Dadas las cónicas $K_m) mx^2 - 2xy + my^2 + 2x - 2(m + 1)y + 2 = 0 \quad m \in \mathbb{R}$

a) Estudiar género y degeneramiento según m real. Indicar, en los casos de degeneramiento, la ecuación de las rectas en que degenera la cónica.

b) Investigar si las cónicas K_m pasan por puntos fijos, y en caso afirmativo, hallarlos.

4) Sea ABCD un trapecio inscripto en una circunferencia, de bases AB y CD.

Sea P un punto de dicha circunferencia en distinto semiplano

que A respecto de CD. $AB \cap PC = \{ E \}$

Probar que las distancias $PA \cdot PB = PD \cdot PE$

