

Ejercicio N° 1: Sea la función $f : f(x) = L\left(x + \frac{1}{x} + a\right)$ $a \in \mathbb{R}$

- Indicar el dominio de dicha función, en función de a , número real.
- Calcular el valor de a , real, para que f tenga raíz -1 .
- Para el valor de a calculado en la parte anterior, estudio analítico y representación gráfica, sin $f'(x)$.
- Hallar el número de raíces de la ecuación $f(x) = \lambda$ discutiendo según λ , $\lambda \in \mathbb{R}$.

Ejercicio 2. a) Probar que $\frac{1}{e^x - L(1+x)} \leq 1 \quad \forall x, x \in \mathbb{R}$

b) Estudio analítico y representación gráfica de la función $g : g(x) = \sqrt{x^2 - x - 1}$.

c) Sea la sucesión definida por $\begin{cases} a_0 = 5 \\ a_n = \sqrt{3 \cdot a_{n-1} - 2} \end{cases}$

- Probar que si $a_{n-1} < 2 \Rightarrow a_n < 2$.
- Investigar si se cumple que $a_n < 2$ para todo n natural. Explique.
- Probar que la sucesión a_n es decreciente para todo n natural.
- Deducir si la sucesión tiene o no límite. En caso afirmativo, calcularlo.

Ejercicio 3. LIBRES

a) Clasificar la serie $\sum (n^3 \cdot e^{-n})$ b) Calcular $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + 3)L\left(\frac{x+1}{x-4}\right)$

Pregunta N° 1: Sucesiones reales

- Definición
- Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando:
Si es verdadera, hay que demostrarlo; si es falsa, hay que dar un contraejemplo.
 - Si una sucesión esta acotada, entonces es convergente.
 - Si una sucesión no es monótona, entonces no converge.
- Si existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que si $n > n_0$, entonces se cumple que $|a_n - 3| < 0,001 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 3$
- Defina el número "e" utilizando sucesiones.

Pregunta N° 2: Función

- Definición
- Función inversa. Condiciones de existencia.
- Hallar la función inversa de $f : f(x) = x^2 - 6x$ en el intervalo $[-4, -1]$
- ¿Se puede hallar la función inversa de f en $[2, 5]$? Explique.

Pregunta N° 3: Crecimiento de una función; Derivada

- Defina crecimiento de una función en un intervalo cerrado.
- Demuestre el teorema que relaciona el crecimiento y la derivabilidad de una función en un punto.
- Calcule la derivada de $f : f(x) = L(4x - 5)$ en el punto $x = 6$ aplicando la definición de derivada.

Pregunta N° 4: Teoremas: Enunciar y demostrar uno de los siguientes teoremas: Weierstrass, Bolzano o Lagrange.