

# EJERCICIOS 1

## 1. Estudiar existencia y simplificar:

$$(i) \frac{ax - ay - x + y}{ax + ay - x - y}$$

$$(ii) \frac{x^2 - a^2 - b^2 + 2ab}{x^2 + 2ax + a^2 - b^2}$$

$$(iii) \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1} \cdot \left[ 1 - \frac{x}{(x+1)^2} \right] \div \left( \frac{1}{x} + x \right)$$

$$(iv) \left( \frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x} \right) \cdot \left( \frac{3}{4x} + \frac{1}{4} - x \right)$$

## 2. Estudiar existencia y resolver las siguientes ecuaciones racionales:

$$(i) \frac{3x - \frac{1}{4}}{2 \cdot \frac{3}{4}} - \frac{x - \frac{1}{2}}{6} = \frac{4x - 1}{6}$$

$$(ii) \frac{x-1}{2x^2-50} + \frac{4}{3x-15} - \frac{5}{2x+10} = \frac{3}{2x-10}$$

$$(iii) \frac{x^2}{x^2-4} + \frac{3}{x+2} = \frac{2x}{2x-4}$$

$$(iv) \frac{2}{3x^2-18x+27} - \frac{5}{(2x-6)^2} = \frac{2}{5x-15}$$

$$(v) \frac{a \cdot (x-a)}{b} + \frac{b \cdot (x-b)}{a} = x$$

$$(vi) \frac{x+a}{a-b} + \frac{x-a}{a+b} = \frac{x+b}{a+b} + \frac{2 \cdot (x-b)}{a-b}$$

## 3. Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales:

$$(i) a^x - 3 = 0 \quad (ii) a^x + 2 = 0 \quad (iii) a^{2x} - a^x = 0 \quad \text{se supone } a > 0, a \neq 1$$

$$(iv) 5^{2x} - 25 = 0 \quad (v) 4^{x/2} - 8^x = 0 \quad (vi) -5 \cdot 2^{x-1} + 4^{x-1} + 6 = 0$$

$$(vii) 9^{x+2} + 3 = 4 \cdot 3^{x+2}$$

$$(viii) 11 \cdot 4^{2x} - 17 \cdot 2^{3x} + 17 \cdot 2^x - 11 = 0$$

## 4. Estudiar existencia y resolver las siguientes ecuaciones logarítmicas:

$$(i) (\log_b x)^2 + \log_b x - 6 = 0 \quad (ii) (\log_b x)^3 - \left( \log_{\frac{1}{b}} x^{\sqrt{6}} \right)^2 + 22 \log_{b^2} x - 6 = 0$$

$$(iii) \log_2(x-3) + \log_2(x-2) = 1 \quad (iv) -1 + \log_{x-3}(2x-3) = 1 - \log_{x-3}(x-5)$$

## 5. Resolver las siguientes ecuaciones trigonométricas:

$$(i) \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 2$$

$$(ii) \sin^2 x + \frac{\cos x}{\operatorname{tg} x} = \sin x - \cos^2 x$$

$$(iii) 3 \cdot \cos^2 x + \sin^2 x - 3 \cdot \cos x = 0$$

$$(iv) -\sin^2 x \cdot (2 \cdot \cos x - 3) + \cos x + 5 = 0$$