Liceo Nº 15 "Ibiray" Segundo Parcial de Matemática 09/11/2010 Prof. Saúl Tenenbaum 3º CB1

1) a) Estudio analítico y representación gráfica (sin la derivada segunda) de $f : f(x) = x.Lx + 2x$

b) Discutir según K real el número de raices de la ecuación f(x) = K.

1)a) DOMINIO: $D(f) = \mathbb{R}^+ = \{x / x \in \mathbb{R}, x > 0\}$

CONTINUIDAD:

$$\lim_{x \to 0^+} x \cdot \underbrace{Lx}_{-\infty} + 2x = \lim_{x \to 0^+} \frac{Lx + 2}{\frac{1}{x}} =$$

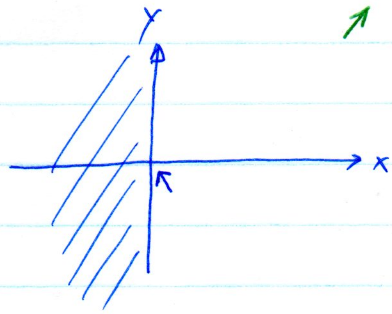
(APLICAMOS L'HOPITAL)

$$= \lim_{x \to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \to 0^+} -x = 0^-$$

f EXISTE y ES CONTINUA $\forall x \in D(f)$.

RAMAS INFINITAS y ASÍNTOTAS:

$$\lim_{x \to +\infty} \underbrace{x}_{+\infty} \cdot \underbrace{Lx}_{+\infty} + \underbrace{2x}_{+\infty} = +\infty$$



$$m = \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{xLx + 2x}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\cancel{x}(Lx + 2)}{\cancel{x}} = +\infty$$

NO HAY ASÍNTOTA. HAY DIRECCIÓN ASINTÓTICA PARALELA OY

CRECIMIENTO: $f'(x) = 1 . Lx + x . \frac{1}{x} + 2 = Lx + 1 + 2$

$f'(x) = Lx + 3$ RAICES: $Lx + 3 = 0$

$Lx = -3$

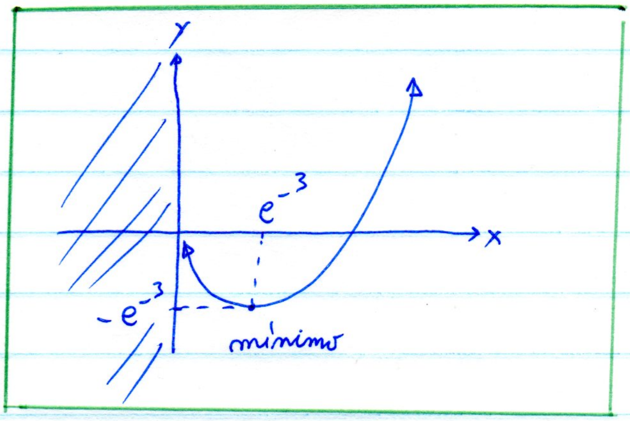
$x = e^{-3}$

SIGNO $f'(x)$: $\nexists$ en 0; $-$ ($\searrow$) entre 0 y e^{-3}; 0 en e^{-3}; $+$ ($\nearrow$) para $x > e^{-3}$

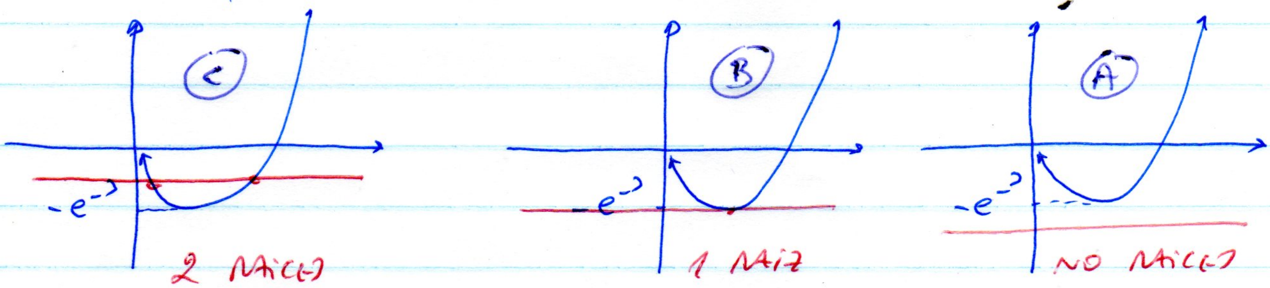
mínimo

$f(x) = x \cdot Lx + 2x$

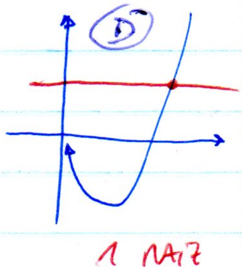
$f(e^{-3}) = e^{-3} \cdot \underbrace{Le^{-3}}_{= -3} + 2 \cdot e^{-3} = -3e^{-3} + 2e^{-3} = -e^{-3}$



b) ECUACIÓN $f(x) = K$ PARA DIFERENTES VALORES DE K



A) Si $K < -e^{-3}$, $f(x)=k$ NO TIENE RAÍCES.
B) Si $K = -e^{-3}$, $f(x)=k$ TIENE 1 RAÍZ.
C) Si $-e^{-3} < K < 0$, $f(x)=k$ TIENE 2 RAÍCES
D) Si $K \geq 0$, $f(x)=k$ TIENE 1 RAÍZ.



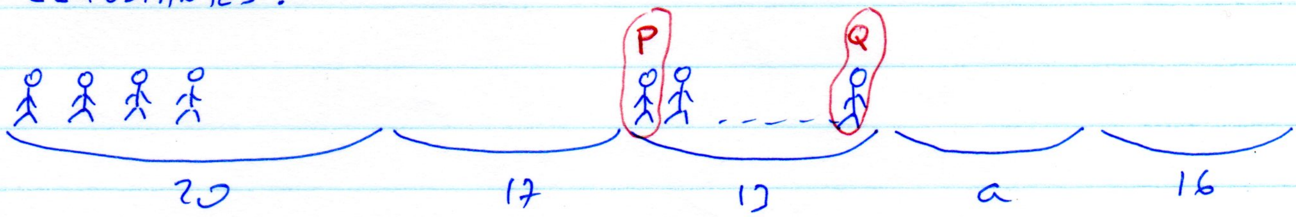
2) * $g(1) = 2+5-8 = -1 < 0$
* $g(2) = 2 \cdot 2^7 + 5 \cdot 2^4 - 8 > 0$
* $g(x)$ ES CONTINUA EN $[1,2]$ POR SER POLINÓMICA $\Rightarrow$

ESTAMOS EN LAS CONDICIONES DE HIPÓTESIS DEL TEOREMA DE BOLZANO $\Rightarrow \exists c \in (1,2) \,/\, f(c) = 0$

Liceo Nº 15 "Ibiray" Segundo Parcial de Matemática 09/11/2010 Prof. Saúl Tenenbaum 3º CB1

HOJA 3

3) ESTUDIANTES:



PARA QUE P SEA EL ESTUDIANTE DEL MEDIO, TIENE QUE TENER LA MISMA CANTIDAD A AMBOS LADOS:

$$20 + 17 = 12 + a + 16$$
$$37 = 28 + a$$
$$a = 9$$

PARA QUE Q SEA EL DEL MEDIO,

$$20 + 17 + 12 = a + 16$$
$$49 = a + 16$$
$$a = 33$$

ENTONCES $\boxed{9 \leq a \leq 33}$