Escrito de Geometría 2° año. Abril de 2008.
Prof. Alejandro Castro.

1) a) Enuncie el axioma de transporte de ángulo. (1 pt)

b) Defina $\angle xOy + \angle rQs$ usando el transporte de ángulo. (1 pt)

c) ¿Cómo define que $\angle aOb < \angle cQd$ usando dicho axioma? (1 pt)

2) a) Demuestre que dado un punto de una recta existen infinitos puntos de esa misma recta que lo preceden. (2 pts)

b) A, M, J y S son puntos de una misma recta. Si A precede a J, J precede a M y M no precede a S. ¿Podemos decir algo sobre la precedencia entre A y S? Justifique. (2 pts)

3) a) Tomando como axioma la proposición "Dos rectas secantes determinan un plano que las contiene", demuestre el teorema "Tres puntos no alineados determinan un plano que los contiene". (2 pts)

b) Se da el teorema directo "Si dos triángulos tienen respectivamente iguales un lado y los dos ángulos adyacentes entonces los triángulos son iguales".
Enuncie los correspondientes teoremas recíproco, contrario y contrarrecíproco. (1 pt)

4) ¿Qué significa que un sistema de axiomas es **compatible**? (2 pts)

---

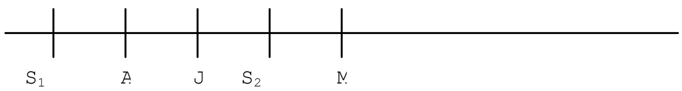
1) a) Dados: un ángulo α y una semirrecta Ox y uno de los semiplanos determinados por ella, existe una única semirrecta Oy contenida en el semiplano dado tal que $\angle xOy = \angle\alpha$.

b) Dados los ángulos xOy, rQs, definimos $\boldsymbol{\angle xOt = \angle xOy + \angle rQs}$ como el ángulo obtenido al hacer la siguiente operación: transportamos el ángulo rQs sobre la semirrecta Oy, en el semiplano que no contiene a la semirrecta Ox, de modo que $\angle yOt = \angle rQs$.

c) Si al transportar el $\angle aOb$ sobre la semirrecta Qc, en el semiplano que contiene a la semirrecta Qd, obtenemos una semirrecta Qt tal que $\angle cQt = \angle aOb$ y además Qt es un rayo interior del $\angle cQt$, entonces es $\angle aOb < \angle cQt$.

2) a) Dado un punto A de la recta r, por el Ax5.2 sabemos que existe X_1 perteneciente a r tal que $X_1 \prec A$ (r es abierta).
Por el mismo Ax5.2 existe X_2 perteneciente a r tal que $X_2 \prec X_1$.
Luego, $X_2 \prec X_1 \prec A$.
Reiterando este paso podemos encontrar tantos puntos que preceden a A como queramos, por lo tanto hay infinitos.

b) No podemos afirmar nada sobre la precedencia entre A y S porque cualquiera de estas situaciones es coherente con los datos:



3) a) (Hipótesis) R, I, S no alineados
(Tesis) Existe un único plano que contiene a R, I y S.

Dem: la hipótesis me permite tomar las rectas r = RI, s = SI que son secantes porque se cortan en I.
Aplicando el axioma, existe un único plano que contiene a r y a s.
Entonces, existe un único plano que contiene R, I y S.

b) *Directo*: "Si dos triángulos tienen respectivamente iguales un lado y los dos ángulos adyacentes entonces los triángulos son iguales".

Recíproco: "Si dos triángulos son iguales entonces tienen respectivamente iguales un lado y los dos ángulos adyacentes".

Contrario: "Si dos triángulos no tienen respectivamente iguales un lado y los dos ángulos adyacentes entonces los triángulos no son iguales"

Contrarrecíproco: " Si dos triángulos no son iguales entonces no tienen respectivamente iguales un lado y los dos ángulos adyacentes".

4) *Se dice que un sistema de axiomas es compatible cuando se ha probado que, operando lógicamente con ellos, **no** es posible llegar a demostrar dos proposiciones opuestas contradictorias.*