Escrito de Geometría 2° año. Junio de 2008. Prof. Alejandro Castro.

***Teórico*.**

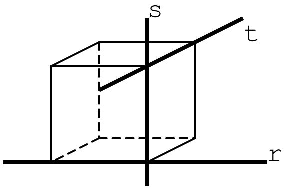
1) a) Demuestre el teorema (2 pts): $H\begin{cases} A, B, C \text{ no alineados} \\ M = \text{p.m.}AB \\ N = \text{p.m.}BC \end{cases} \Rightarrow T\begin{cases} MN \parallel AC \\ \overline{MN} = \frac{1}{2}\,\overline{AC} \end{cases}$

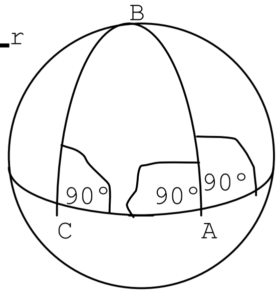
b) Pruebe que si **r**, **s** y **t** son rectas coplanares distintas tales que **r** ⊥ **s** y **t** ⊥ **s** entonces **r // t**. (1 pt) Muestre con una figura que si se quita la condición de que las rectas sean coplanares la proposición no es cierta. (1 pt)

c) Muestre con un ejemplo que en la superficie de una esfera no se cumple el teorema del ángulo externo que se demostró para el plano. (1 pt) ¿Cuál sería el enunciado de un teorema del ángulo externo en la superficie de una esfera? (1 pt) Justifique informalmente. (1 pt)

Respuestas.

1) a) * Ver apuntes (*Paralelismo y perpendicularidad*, página 6).





b) * Como r y t son perpendiculares a s, forman ángulos colaterales interiores que suman un llano. Por el corolario de Euclides, r // t.

* En un cubo vemos claramente que r y t son perpendiculares a s, pero r y t no son coplanares, por lo tanto no son paralelas.

c) * ∠extA = 90° < ∠B + ∠C

* El enunciado sería: "En todo triángulo cada ángulo externo es menor que la suma de los ángulos interiores no adyacentes".

* Demostración: como en todo triángulo esférico la suma de los ángulos interiores es mayor que 180° podemos escribir ∠A + ∠B + ∠C = 180° + x, siendo x > 0°.

Entonces, ∠extA = 180° - ∠A = ∠B + ∠C - x < ∠B + ∠C.

***<u>Práctico</u>*.**

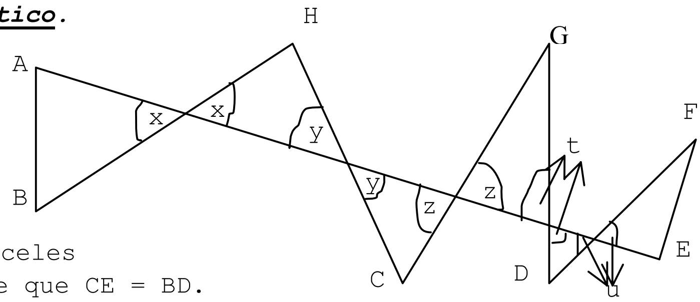
2) a) Sea un triángulo ABC tal que ∠A = ∠C. Pruebe que AB = BC.

b) Divida un segmento dado en cinco segmentos iguales, usando regla y escuadra. Justifique el procedimiento utilizado.

c) Demostrar que:

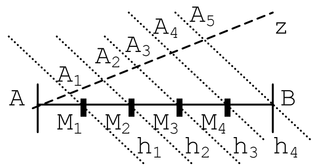
∠A + ∠B + ∠C + ∠D = ∠E + ∠F + ∠G + ∠H.

d) Se consideran los triángulos ABC y ADE isósceles tales que AB = AC, AD = AE y ∠BAC = ∠DAE. Pruebe que CE = BD.



Respuestas.

2) a) Ver la resolución del ejercicio 9b del repartido 1.



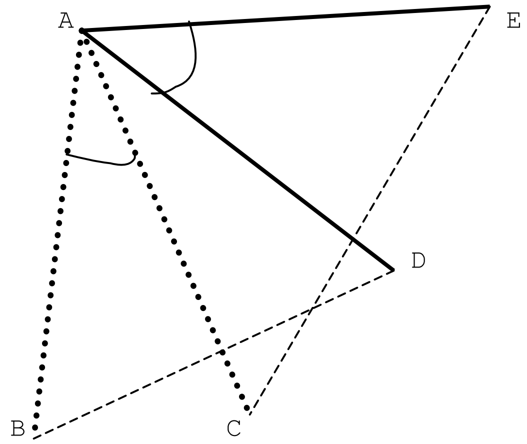
b) Sea AB el segmento dado.

Trazamos una semirrecta auxiliar Az. Sobre ella construimos cinco segmentos iguales y consecutivos a partir de A, sean: AA_1, A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_5. Trazamos la recta A_5B y h_4 // A_5B por A_4, que corta a AB en M_4. Análogamente obtenemos M_3, M_2 y M_1.

Por Thales, $AA_1/A_1A_2 = AM_1/M_1M_2 = 1 \Rightarrow AM_1 = M_1M_2$, etc.

c) (∠A + ∠B) + ∠C + ∠D = (180° - x) + (180° - y - z) + (180° - t - u) = 540° -x -y -z -t -u.

(∠E + ∠F) + ∠G + ∠H = (180° - u) + (180° - t - z) + (180° - x - y) = 540° -x -y -z -t -u.



d)

$$\left.\begin{array}{l} \angle BAC = \angle DAE \\ \angle BAD = \angle BAC + \angle CAD \\ \angle CAE = \angle CAD + \angle DAE \end{array}\right\} \Rightarrow \angle BAD = \angle CAE$$

$$\overline{BA} = \overline{CA}$$

$$\overline{DA} = \overline{EA}$$

Entonces, por criterio LAL los triángulos BAD y CAE son iguales, entonces son iguales los lados homólogos: CE = BD.