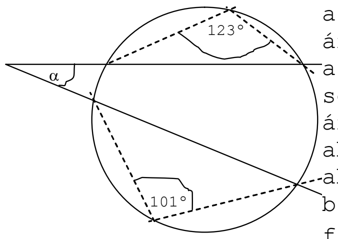
Escrito de Geometría 2° año. TEÓRICO. Setiembre de 2008.

Pregunta 1:

a) Demuestre que si un cuadrilátero tiene dos ángulos opuestos que suman un ángulo llano, entonces el cuadrilátero es inscritible.

b) Sea un triángulo equilátero ABC cuyo baricentro es G. H_A y H_B son los pies de las perpendiculares bajadas desde A y B respectivamente. Pruebe que el cuadrilátero GH_ACH_B es inscritible.

Pregunta 2:



a) Demuestre que todo ángulo de vértice exterior a un círculo es igual a la semidiferencia de los ángulos al centro que abarcan los arcos por él abarcados.

b) Muestre que, según la figura, debe ser $\alpha < 44°$.

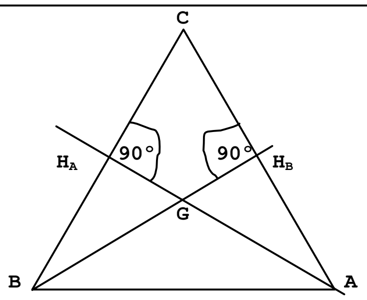
Escrito de Geometría 2° año. Setiembre de 2008.

PRÁCTICO

a) En una circunferencia de centro O y radio R se toma una cuerda AB que no es un diámetro. El punto P_i varía en la circunferencia de modo que $\angle ABP_i$ es antihorario. El punto Q es tal que ABPQ es un paralelogramo. Av es la bisectriz de $\angle QAB$ y Bu es la bisectriz de $\angle PBA$. $\{M\} = Av \cap Bu$.

Hallar el lugar geométrico de M. Teorema directo, limitación y construcción.

b) Sea N el punto de corte de las diagonales del paralelogramo ABPQ. Hallar el lugar geométrico de N. Teorema directo y construcción.

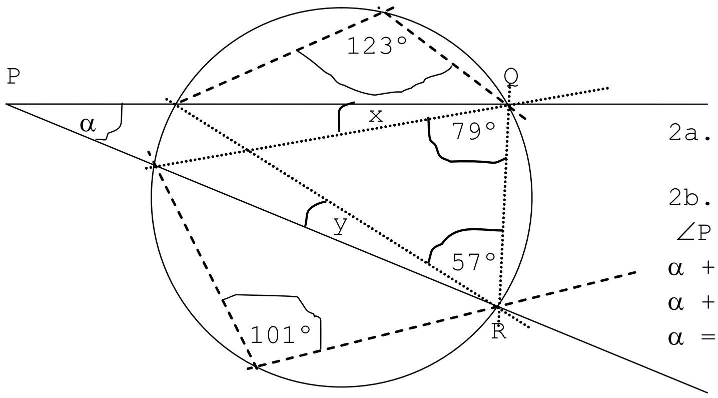


Teórico.

1a. Ver apuntes del teórico.

1b. En un triángulo equilátero las medianas también son alturas, de modo que el ortocentro coincide con el baricentro.

Entonces, $\angle GH_AC + \angle CH_BG = 90° + 90° = 180°$, de donde concluimos por (1a) que GH_ACH_B es inscritible.



2a. Ver apuntes del teórico.

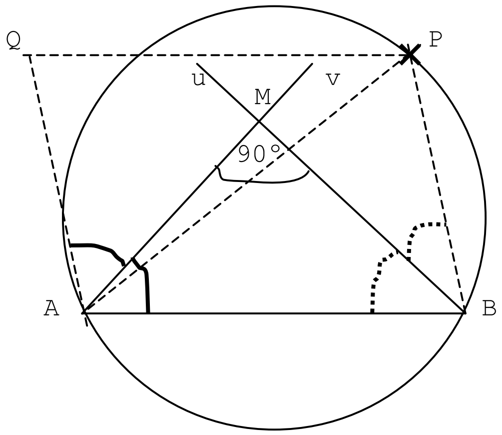
2b. En el ΔPQR tenemos que:

$\angle P + \angle Q + \angle R = 180°$

$\alpha + (x + 79°) + (y + 57°) = 180°$

$\alpha + x + y + 136° = 180°$

$\alpha = 180° - 136° - x - y = 44° - x - y < 44°$



Práctico.

a) *Teorema directo.*

Por ser ABPQ paralelogramo es:

$\angle QAB + \angle ABP = 180°$

$\angle vAB + \angle ABu = 1/2\ \angle QAB + 1/2\ \angle ABP = 90°$

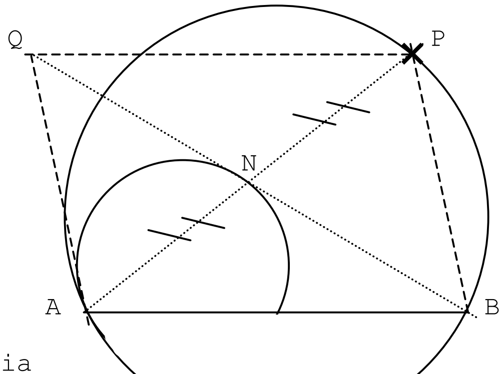
Por suma de ángulos de un triángulo resulta que $\angle AMB = 90°$, entonces $M \in Ac(AB, 90°)$ en el semiplano que contiene a P.

Limitación: no tiene.

Construcción: es la semicircunferencia de diámetro AB que pertenece al semiplano de borde AB que contiene a P, excluyendo los extremos A y B.

b) Las diagonales se cortan en su punto medio:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\overline{AN}}{\overline{AP}} = \frac{1}{2} \Rightarrow N = H\left(A, \frac{1}{2}\right)(P) \\ A \xrightarrow{H(A,\frac{1}{2})} A \\ B \xrightarrow{H(A,\frac{1}{2})} K = p.m.AB \end{array}\right\} \Rightarrow arcoAB \xrightarrow{H(A,\frac{1}{2})} arcoAK$$



donde $H\left(A, \frac{1}{2}\right)(P)$ significa: "imagen de P en la homotecia de centro A y razón 1/2".