

## Ejercicio 1.

Halle la isometría  $f$  equivalente al producto de dos simetrías centrales: a) de centros distintos, b) de centros coincidentes. ¿Puede ser  $f$  indirecta? Justifique. Si se cambia el orden en que se realizan las simetrías, ¿se obtiene la misma  $f$ ? En función de su respuesta anterior, ¿diría que el producto de isometrías es conmutativo?

## Ejercicio 2.

Halle la isometría  $f$  equivalente al producto de tres simetrías centrales de centros distintos: a) no alineados, b) alineados.

- 1) Se consideran una circunferencia  $C$  y una recta  $r$  exterior a ella se construyen los cuadrados  $A_i B_i C_i D_i$  (sentido horario) con  $B_i$  perteneciente a  $C$ ,  $A_i C_i$  incluido en  $r$ . Hallar el L.G. de  $D_i$  al variar  $B_i$  en la cfa. (T.D., limitación y construcción).
- 2) Dadas dos semirrectas paralelas  $[Ax)$  y  $[Oy)$ , con el  $\angle OAx$  agudo, se construyen los rombos  $ABCD$  (sentido antihorario) tal que  $B \in [Oy)$  y  $C \in [Ax)$ . L.G. de  $D$  al variar  $B$  en  $[Oy)$ . (T.D., limitación y construcción).
- 3) Se dan tres rectas secante dos a dos, sean  $a$ ,  $b$ , y  $c$ . Construir un segmento  $AB$  de modo que  $A \in a$ ,  $B \in b$  y  $c$  sea mediatriz del segmento  $AB$ . Justificar.
- 4) En una circunferencia fija  $C$  se considera un punto  $T$  fijo, por este punto se traza la tangente  $t$  a la circunferencia  $C$ . Sea  $A$  un punto variable de la circunferencia, se construyen los rombos  $ABCT$  (de sentido horario) de modo que  $TB$  pertenezca a la tangente. L. G. del vértice  $C$  al variar  $A$  (T.D., limitación y construcción).
- 5) Dado el triángulo equilátero  $ABC$  de 5 cm de lado, hallar su correspondiente  $A'B'C'$  en el producto de simetrías  $S_{AB}.S_{AC}$ . a) Naturaleza del triángulo  $BB'C'$ . b) Calcular la medida de los ángulos  $CAC'$  y  $BAB'$ . c) Investigar si el producto  $S_{AB}.S_{AC}$  es un movimiento directo o indirecto. d) Calcular su perímetro y su área.
- 6) Sea  $ABC$  el triángulo rectángulo (sentido antihorario), de modo que:  $BC = 7$  cm,  $\angle A = \text{ángulo recto}$ ,  $\angle C = 60^\circ$  y  $D$  es su circuncentro.
  - a) Determinar el centro y el ángulo de la Rotación en la que a la  $[DA)$  le corresponde la  $[BD)$  y hallar la imagen del triángulo  $ABC$  en dicha rotación, sea  $A_1 B_1 C_1$ . b) Hallar la imagen del triángulo  $ABC$  ( $A'B'C'$ ) en el producto  $R. S_{BC}$ , siendo  $R$  la rotación hallada en a). c) Investigar si el producto de movimientos de la parte d) es un movimiento directo o indirecto. d) Se considera un punto variable  $F$  de la hipotenusa del triángulo  $ABC$ , se construyen los triángulos isósceles  $BFQ$  (sentido antihorario) de modo que  $[BA)$  es bisectriz de los ángulos al que concurren los lados iguales; hallar el L.G. del punto  $Q$  (T.D., limitación y construcción).
- 7) Dada una circunferencia  $C$  y un punto fijo  $A$  exterior a ella se construyen los triángulos equiláteros  $ABC$  (sentido antihorario) con  $B$  variable y perteneciente a  $C$ . Hallar el L.G. de  $C$ . (T.D., limitación y construcción).
- 8) Sea un punto  $O$  fijo y  $P'$  imagen de  $P$  en la Rotación de centro  $O$  y ángulo  $90^\circ$  antihorario. a) Hallar el L.G. de los puntos  $P$  para que  $\overline{PP'} = 2\sqrt{2}$  cm. Construir el L.G. b) Hallar el L.G. de los puntos medios de los segmentos  $PP'$ . (T.D., limitación y construcción).

I) Sea  $ABC$  triángulo rectángulo isósceles,  $BC = 83$  mm,  $AB = AC$  y  $BAC$  tiene sentido horario.  $Br_i$  es una semirrecta variable que corta al segmento  $AH$  en  $D_i$ , siendo  $AH$  altura en el triángulo  $ABC$ . Por  $A$  se construye la recta  $f_i$  perpendicular a  $Br_i$ ,  $f_i \cap Br_i = \{E_i\}$  y  $f_i \cap BC = \{N_i\}$ .

Demostrar: a)  $D_i$  es ortocentro en el triángulo  $ABN_i$ . b)  $D_i N_i \parallel AC$ .

c) Probar que  $\triangle AHN_i = \triangle BHD_i$ .

d) Hallar  $\mathcal{M} / C_H . \mathcal{M} = S_{AH} . S_{HM}$  y encontrar los puntos  $P$  del contorno del  $\triangle ABC /$

$\overline{PP'} = \overline{AH} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$  siendo  $\mathcal{M}(P) = P'$  (justificar).

Ejercicio 6.

Programa analítico para construir  $\triangle ABC$ : i) construimos  $BC = 7 \text{ cm}$ ; ii) trazamos la semirrecta  $Cx$  tal que  $\angle BCx = 60^\circ$ ; iii)  $\{A\} = Cx \cap Ac(BC, 90^\circ)$ .

$$\left. \begin{array}{l} D \xrightarrow{R(O, \alpha)} B \Rightarrow O \in \text{mzDB} \\ A \xrightarrow{R(O, \alpha)} D \Rightarrow O \in \text{mzAD} \end{array} \right\} \Rightarrow \{O\} = \text{mzDB} \cap \text{mzAD}$$

Además,  $O$  pertenece a la bisectriz del ángulo suplementario al de rotación formado por dos rectas correspondientes. La recta  $DA$  se corresponde con la  $BD$ . Se forman los ángulos  $BDA$  y  $CDA$ . De la figura, podemos ver que sólo la bisectriz del  $\angle BDA$  contiene al  $O$  hallado, lo que nos permite saber cuál es el ángulo suplementario al de rotación, e inmediatamente, cuál es el ángulo de rotación:  $\alpha = 90^\circ$ .

Probaremos ahora que  $O$  pertenece al  $Ac(BC, 90^\circ)$ .

El triángulo  $BDO$  es isósceles (porque  $O$  pertenece a  $\text{mzBD}$ ) con un ángulo de  $60^\circ$ , entonces es equilátero, por lo tanto  $\angle BOD = 60^\circ$ . Además, por suma de ángulos en el triángulo  $ODC$  concluimos que  $\angle DOC = 30^\circ$ .  $\angle BOC = \angle BOD + \angle DOC = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$ , de donde podemos afirmar que  $O$  pertenece al  $Ac(BC, 90^\circ)$ .

