

Examen de Matemática I - Esp. física

$$(1) \text{ Sea } g : g(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{si } x \geq 1 \\ -2x + 2, & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

- a) Encuentre la expresión analítica de $f : f(x) = \int_0^x g(t) dt$, $x \in \mathbb{R}$.
- b) Realice el estudio analítico y la representación gráfica de f , estudiando especialmente la continuidad y la derivabilidad en $x = 0$ y $x = 1$.
- c) Indique si f puede ser la primitiva en \mathbb{R} de alguna función, en caso afirmativo encuéntrela. Justifique su respuesta.

$$(2) \text{ a) Resuelva la ecuación } y' + \tan(x)y = 2\sin(x)\cos^2(x), \text{ con } y(0) = 0$$

- b) Realice el estudio analítico y la representación gráfica de f , la solución de la ecuación anterior.
- c) Resuelva la ecuación $\int_{\frac{\pi}{2}}^x f(t) dt = 0$.

$$(3) \text{ Sea } f : f(x) = \frac{x^3 - 8x}{x^2 + 10}.$$

- a) Realice el estudio analítico y la representación gráfica de f .
- b) Discuta según $k \in \mathbb{R}$ sobre el número de soluciones de la ecuación $f(x) = k$.
- c) Encuentre el área encerrada por el gráfico de f , el eje x entre $x = 0$ y $x = 5$.