Geometría Métrica de Pedro Puig Adam

De un modo general, todo teorema: «Si se verifica H se verifica T» puede enunciarse de estas dos maneras: 1.ª *La hipótesis* H *es una condición suficiente para que se verifique la tesis* T. 2.ª *La tesis* T *es una condición necesaria para que se verifique la hipótesis* H.

Si, pues, se demuestran un teorema directo y su recíproco (o su contrario) podemos resumirlos en un solo enunciado diciendo: H *es condición necesaria y suficiente para que se verifique* T, *o bien* T *es condición necesaria y suficiente para que se verifique* H. O bien por último: T *y* H *son equivalentes.*

En resumen: *Para demostrar que una condición es necesaria y suficiente hay que demostrar dos teoremas recíprocos entre sí o dos contrarios entre sí.*

Tal ocurre, en particular, para demostrar que una línea es lugar geométrico de los puntos que cumplen una cierta propiedad, como hemos tenido ocasión de observar anteriormente

NOTAS

Condición suficiente mínima.—Con alguna frecuencia se habla en Matemáticas de la condición necesaria y suficiente A para que se verifique T, entendiendo por tal una condición necesaria y *suficiente mínima* Precisemos este término

Una condición B suficiente para que se verifique T es superabundante cuando existe otra condición A, también suficiente, contenida en B Una condicion A se llamará suficiente *mínima* cuando no sea superabundante es decir cuando toda otra condición A' contenida en A ya no implique T.

Ejemplo: Desde un punto de vista estrictamente lógico no cabe duda que *Es condición necesaria y suficiente para que una recta esté en un plano que tenga tres puntos en él,* puesto que toda recta con tres puntos en un plano está contenida en él y recíprocamente si la recta está en el plano tiene tres puntos en él Sin embargo esta condición es superabundante pues basta con que la recta tenga *dos* puntos en el plano para que esté contenida en él. En el lenguaje vulgar repugnaría llamar necesaria a una condición superabundante. En el lenguaje matemático se suele expresar (aunque imperfectamente) la suficiencia mínima indicada diciendo La condición necesaria y suficiente para que una recta esté en un plano es que tenga *dos* puntos en él

Recíprocos parciales de un teorema.—Ocurre muchas veces que la hipótesis de un teorema es múltiple, es decir, encierra varias condiciones como por ejemplo un teorema de la forma

«Si se verifican H_1 H_2, H_3 se verifica T»

de tal suerte que el recíproco estricto «si se verifica T se verifican H_1 H_2 H_3» no es cierto. En cambio puede ser cierto que al verificarse la tesis conjuntamente con alguna o algunas de las hipótesis parciales se verifiquen las demás Por ejemplo

«Si se verifican T y H_1 se verifican H_2 y H_3»

o bien

«Si se verifican T y H_2 H_3 se verifica H_1»

A estos teoremas se les suele llamar también *recíprocos* (parciales) del antes enunciado, de modo que un mismo teorema puede tener varios *recíprocos parciales* según las combinaciones que se efectúen con las hipótesis Ejemplos de tales recíprocos hallará el lector más adelante por ejemplo, en las propiedades del paralelogramo.