

**Examen de Matemática I - 17 de febrero del 2011**

**Ejercicio N° 1)** Sea A, B y E conjuntos. Investigar la veracidad de cada una de las siguientes afirmaciones. Para cada una, si es verdadera, demostrarla; si es falsa, dar un contraejemplo.

i)  $(A \cup B) - E = (A \cup E) - (B \cup E)$

ii)  $(A \cup B) - E = (A - E) \cup (B - E)$

**Ejercicio N° 2)** Sea T una relación en el conjunto  $A = \mathbb{Z}^+ - \{1\}$ , los números enteros

positivos excluido el 1, de forma tal que:

$$a T b \Leftrightarrow \frac{a^2 - 3}{b^2 - 3} \in \mathbb{Z}$$

a) Indique si T es una relación de equivalencia. En caso afirmativo, hallar la clase de equivalencia del 4 y el conjunto cociente.

b) Indique si T es una relación de orden. En caso afirmativo, indicar si se trata de orden parcial o de orden total.

**Ejercicio N° 3)** Sea  $f : A \rightarrow \mathbb{Z}$  una función, definida de la siguiente forma:

$f(x) = \frac{x-2}{x-3}$  siendo A el mayor conjunto incluido en los enteros de modo que f sea

función. i) Investigar si f es sobreyectiva ii) Probar que es inyectiva. iii) Hallar la expresión analítica de la función inversa, si existe, indicando dominio y recorrido.

**Ejercicio N° 4)**

a) Implementar en Haskell una función llamada **añadir** que dado una lista y un elemento añada dicho elemento al final de la misma. Ejemplo: **añadir** ([1,3,4,9],4) = [1,3,4,9,4]

b) Diseñar en Haskell una función llamada **pertenece** que determine si un carácter se encuentra dentro de una palabra. Ejemplo: **pertenece** ("programación", 'g') = True

**Ejercicio N° 5)** Investigar la validez de las siguientes proposiciones, .

Si son verdaderas, demostrarlas, aplicando Inducción Estructural; si son falsas, dar un contraejemplo:

1) suma a (S b) = suma (S a) b,  $\forall a, b \in \mathbb{N}$

2) producto a (S b) = producto (S a) b,  $\forall a, b \in \mathbb{N}$

3) potencia a (S b) = potencia (S a) b,  $\forall a, b \in \mathbb{N}$

**Ejercicio N° 6)** Dadas las siguientes declaraciones:

Indicar si las siguientes expresiones tienen tipo e indicarlo.

En todos los casos justificar.

i)  $h j$

ii)  $j h$

iii)  $g a$

iv)  $g (h a) (j a a)$

v)  $j (g a)$

$a : A$

$g : A \rightarrow (A \rightarrow A)$

$h : A \rightarrow A$

$j : A \rightarrow A \rightarrow A$