

## Descomposición en fracciones simples

28/set2005

En la plataforma, en la **unidad 2 Integrales**, encontramos el

### **Tema 7- Integración de funciones racionales.**

Veremos ahora algunos ejemplos.

Ejemplo 1)  $\int \frac{-3x-3}{x^2-6x+5}$  Para resolver esta integral primero vamos a descomponer el cociente de polinomios en "fracciones simples"

$\frac{-3x-3}{x^2-6x+5} = \frac{A}{x-\alpha} + \frac{B}{x-\beta}$  siendo  $\alpha$  y  $\beta$  las raíces del polinomio en el denominador. En este ejemplo, las raíces son 1 y 5, ambas positivas.

Entonces:  $\frac{-3x-3}{x^2-6x+5} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-5}$

Para calcular A y B hacemos común denominador:

$$\frac{A(x-5)+B(x-1)}{x^2-6x+5} = \frac{-3x-3}{x^2-6x+5} \quad \text{entonces será:}$$

$$A(x-5)+B(x-1)=-3x-3$$

Para calcular A y B podemos hacer operaciones e igualar términos, tal como lo hacían hace "años" en cuarto y quinto año.

O también se puede, ya que esta es una expresión que tiene que ser idéntica para todos los valores de x reales, sustituir la x por "valores convenientes".

Por ejemplo, si en vez de x ponemos "813" y luego "1329" la igualdad tendrá que verificar, y obtendremos un sistema de ecuaciones para hallar A y B.

Pero el procedimiento será "un poco" engorrosos por los números.....

¿Que pasará en cambio si en vez de x ponemos 5? ¿Y si ahora en vez de x ponemos 1? Ya calculamos A y B rapidísimo.

$$A(x-5)+B(x-1)=-3x-3$$

$$A(5-5)+B(5-1)=-3.5-3$$

$$B(4) = -18 \Leftrightarrow B = -\frac{9}{2}$$

$$A.(x - 5) + B.(x - 1) = -3x - 3$$

$$A.(1 - 5) + B.(1 - 1) = -3.1 - 3$$

$$A.(-4) = -6 \Leftrightarrow A = \frac{3}{2}$$

Entonces:

$$\int_2^4 \frac{-3x-3}{x^2-6x+5} = \int_2^4 \left( \frac{3/2}{x-1} + \frac{-9/2}{x-5} \right) = \left( \frac{3}{2} \cdot L|x-1| - \frac{9}{2} \cdot L|x-5| \right) \Big|_2^4$$

Terminando:

$$\left( \frac{3}{2} \cdot L|4-1| - \frac{9}{2} \cdot L|4-5| \right) - \left( \frac{3}{2} \cdot L|2-1| - \frac{9}{2} \cdot L|2-5| \right) =$$

$$\left( \frac{3}{2} \cdot L3 - \frac{9}{2} \cdot L1 \right) - \left( \frac{3}{2} \cdot L1 - \frac{9}{2} \cdot L3 \right) = 6L3$$

Ejemplo 2)  $\int_3^7 \frac{5}{(x-2)^2 \cdot (x-1)}$  Para descomponer el integrando en

fracciones simples, hay que usar el denominador  $(x-2)$  y también el  $(x-2)^2$ .

Y ahora viene el común denominador:

$$\frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-1)} = \frac{A(x-2)(x-1) + B(x-1) + C(x-2)^2}{(x-2)^3}$$

Entonces queda:  $A(x-2)(x-1) + B(x-1) + C(x-2)^2 = 5$

Sustituimos la  $x$  por 1, 2 y por otro número cualquiera que nos hagan las operaciones sencillas, por ejemplo 0.

Con esto el tema **NO** está terminado. Más bien recién ahora pueden **empezar** a entender algo y empezar a estudiar en libros.

Esto recién comienza.....Chau.

Prof. Saúl Tenenbaum