Profesorado de Informática – Ciencias de la Computación – INET- DFPD
Matemática I - Matemática Discreta usando el computador

Examen 6 de julio de 2009

Ejercicio 1

Sea R⊂ZxZ, tal que $xRy \Leftrightarrow |x-2y+1| = |y-2x+1|$.

i) Probar que R es de equivalencia.
ii) Expresar las siguientes clases de equivalencia $[0]_R$, $[5]_R$ y $[8]_R$
iii) Investigar si R es una función. En caso afirmativo, clasificarla.

Ejercicio 2

i) Escribir una función en Haskell que indique, dado un n natural, si es divisible entre 2, 3 ó 7

ii) Demuestre utilizando el principio de inducción que 57 divide a $7^{n+2} + 8^{2n+1}$, $\forall n,\ n \in \mathbb{N}$

Ejercicio 3

a) De 50 estudiantes de una clase, 26 aprobaron el primer parcial y 21 aprobaron el segundo parcial. Si 17 estudiantes no aprobaron ninguno de los dos parciales, ¿cuántos estudiantes aprobaron los 2 parciales?

b) Sean los conjuntos $A = \{x / x \in \mathbb{R} \wedge |x^2 - 3x| = 2\}$ $B = \{x / x \in \mathbb{Z} \wedge -1 \le x^2 - 4x \le 5\}$

i) ¿Cuántas funciones inyectivas diferentes de A en B se pueden construir?
ii) ¿Cuántas funciones inyectivas no sobreyectivas de A en B se pueden construir?

Ejercicio 4

a) Un estudiante tiene que contestar 8 de 10 preguntas en un examen.
i) ¿Cuántas opciones tiene el estudiante?
ii)¿Cuántas opciones tiene si debe contestar las primeras tres preguntas ?
iii) ¿ Cuántas opciones tiene si debe contestar al menos cuatro de las primeras cinco preguntas?

b) ¿De cuántas formas puede un profesor dividir un grupo de siete estudiantes en dos equipos, de modo que cada uno contenga al menos un estudiante ?

Ejercicio 5

i) Escribir una función en Haskell que dado un número natural devuelva una secuencia con todos los divisores del mismo.
ii) Demuestre, utilizando el principio de inducción que el largo de una secuencia es igual al largo de su secuencia inversa. Para ello deberá escribir la función inversa, que dada una secuencia devuelve su secuencia inversa.

Ejercicio 6

i) Demuestre que todos los números naturales a partir del 4 se pueden escribir como una suma de doses y cincos (2 y 5). Esa forma de escribirlo, ¿es única ?
ii) Escriba una función en Haskell que pueda escribir un número natural cualquiera mayor que 3 como una combinación lineal de 2 y 5.
Por ejemplo, si la función se llamara "cincodos" al aplicarla al número 41 podría responder (3,5) porque 3*2+5*7 = 41 cincodos 41 = (3,7)