Ejemplo 1: Vamos a resolver la ecuación en diferencias no homogenea $a_{n+2} + 3a_{n+1} + 2a_n = 3^n$
con las condiciones iniciales, llamadas condiciones de frontera: $a_0 = 0 \quad y \quad a_1 = 1$

Resolvemos primero la ecuación característica que corresponde a la ecuación homogenea:
$r^2 + 3r + 2 = 0$. Tiene raices -1 y -2.
Entonces la solución de la ecuación homogenea será : $a_n = C_1.(-1)^n + C_2.(-2)^n$
Estas constantes $C_1 \; y \; C_2$ las calcularemos más adelante, no ahora. En el futuro.

Paso siguiente: buscamos una solución particular. Buscamos una solución "parecida".
Lo intentamos con $a_n = K.3^n$
Sustituyendo en la ecuación original, la no homogenea, para n=0, nos queda:

$$a_2 + 3a_1 + 2a_0 = 3^0 \quad \Rightarrow \quad K.3^2 + 3.K.3^1 + 2.K.3^0 = 3^0 \quad \Rightarrow \quad 9K + 9K + 2K = 1$$

y luego de simplificar, queda: $K = \dfrac{1}{20}$
Entonces la solución general es la suma de las soluciones de la homogenea y de la no homogenea:

$$a_n = C_1.(-1)^n + C_2.(-2)^n + \frac{1}{20}.3^n$$

Llegó el futuro. Para calcular $C_1 \; y \; C_2$, usamos ahora las condiciones iniciales $a_0 = 0, \; a_1 = 1$.

$$a_0 = C_1.(-1)^0 + C_2.(-2)^0 + \frac{1}{20}.3^0 \quad \Rightarrow \quad 0 = C_1.1 + C_2.1 + \frac{1}{20}.1 \quad \Rightarrow \quad 0 = C_1 + C_2 + \frac{1}{20}$$

$$a_1 = C_1.(-1)^1 + C_2.(-2)^1 + \frac{1}{20}.3^1 \quad \Rightarrow \quad 1 = C_1.(-1) + C_2.(-2) + \frac{3}{20} \quad \Rightarrow$$

Entonces, resolviendo el sistema de ecuaciones, queda: $C_1 = \dfrac{3}{4} \quad y \quad C_2 = -\dfrac{4}{5}$
En resumen, la solución total de la ecuación en diferencias finita, de segundo orden, no homogenea, es :

$$a_n = \frac{3}{4}.(-1)^n - \frac{4}{5}.(-2)^n + \frac{1}{20}.3^n \qquad n \geq 0$$

Ejemplo 2: La ecuación $a_n + 3a_{n-1} + 2a_{n-2} = 3^n$ con las condiciones $a_0 = 0 \quad y \quad a_1 = 1$ es muy parecida a la del ejemplo 1, pero NO es la misma. Prueba hacerla.

Por ejemplo, para calcular K, hay que usar n=2, con lo que $K = \dfrac{9}{20}$
