

1er año - Primer Pre-Parcial – 26 de junio de 2010

Ejercicio 1

- a) Pruebe que $\forall A, B$ y C se cumple que $C - (A \cup B) = \overline{(A \cup B)} \cap C$ (ayúdese con un diagrama de Venn o con una tabla de pertenencia)
- b) Indicar si cada una de las siguientes afirmaciones respecto a los conjuntos A y B son verdaderas o falsas. En caso de ser verdadera, demostrarla; si es falsa, dar un contraejemplo.
1. Si $(A - B)$ es un conjunto finito, entonces B tiene que ser un conjunto finito.
 2. Si A y B son conjuntos infinitos, entonces $A \cap B$ es un conjunto infinito.

Ejercicio 2

- a) En el conjunto $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ se define la relación R con $(a, b) R (c, d)$ si y sólo si $a \cdot b = c \cdot d$
1. Investigar las propiedades de R , cuáles tiene y cuáles no.
 2. Indicar si R es una relación de equivalencia, de orden parcial y/o de orden total.
 3. Si R es una relación de equivalencia, indicar la clase del $[(2,0)]$ y la del $[(3,5)]$.
 4. Indicar si R es una función. En caso afirmativo, clasificarla.

- b) Dada la relación R por su matriz booleana asociada, indicar que propiedades cumple e indicar si es una relación de equivalencia, de orden parcial o de orden total. Justifique. Dibujar el grafo correspondiente.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 3

Definir en la línea de comandos de Haskell las siguientes relaciones:

- a) S definida sobre A donde $A = \{x \in \mathbb{Z} / -100 \leq x \leq 100\}$ tal que $aSb \Leftrightarrow a \cdot b = a + b$.-
- b) R definida $B = \{-20, -19, \dots, 0, \dots, 19, 20\}$ tal que $aRb \Leftrightarrow a \cdot b \cdot (a-1) \cdot (b-1) > 0$.-

Ejercicio 4

Investigar la veracidad de las siguientes afirmaciones, en caso de ser verdadera, demostrarla, en caso contrario proporcionar un contraejemplo.

- a) Una relación R sobre un conjunto A es idéntica si su relación inversa R^{-1} es idéntica.
- b) Dadas dos relaciones R y S sobre el mismo conjunto A , reflexivas, entonces $R \Delta S$ y $R - S$ son ambas irreflexivas.-

Ejercicio 5

Sea $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} / f(x) = -2x + 7$.

- a) Muestre que f es inyectiva.
- b) Determine si f es sobreyectiva. En caso afirmativo, halle su inversa.

Ejercicio 6

- a) Definir una función en Haskell que dados dos enteros devuelva el cociente de la división entre ambos si el primero es múltiplo del segundo, en otro caso devuelve el resto.
- b) Definir también una función que dados dos naturales devuelva el par ordenado con primer componente el cociente y segundo componente el resto de la división entera.
- Nota:** En ambos casos se deberá declarar el **tipo** de las funciones.