1er año - Primer Pre-Parcial (Solución)– 26 de junio de 2010

Ejercicio 1

a)

A	B	C	$A \cup B$	$C-(A\cup B)$	$\overline{(A\cup B)}$	$\overline{(A\cup B)}\cap C$
0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0

Como las columnas sin idénticas,
concluimos que: $C-(A\cup B)=\overline{(A\cup B)}\cap C$

b)

1. **Falso.** Considerando A=[2,3) y B=(0,2), ambos son conjuntos (intervalos) infinitos, pero (A–B)={2} es un conjunto finito. Es decir que #(A–B)=1 (finito) pero #B=∞. Lo cual prueba que la afirmación es falsa.-

2. **Falso.** Análogamente consideramos A=[2,3] y B=[3,10), entonces tenemos #A=∞, #B=∞ pero A∩B={3} por tanto #(A∩B)=1. Lo que prueba que la afirmación es falsa.

Ejercicio 2

a) (a,b)R(c,d)⇔a.b=c.d

1. R cumple con:
   - Idéntica: (a,b)R(a,b) ⇔ a.b=a.b
   - Simétrica: (a,b)R(c,d) ⇔ a.b=c.d ⇔ c.d=a.b ⇔ (c,d)R(a,b)
   - Transitiva: (a,b)R(c,d) ⇒ a.b=c.d y (c,d)R(e,f) ⇒ c.d=e.f
     Por tanto a.b=e.f ⇒ (a,b)R(e,f)

   R no cumple con:
   - Irrefelxiva: (3,2)R(3,2) ⇔ 3.2=3.2=6
   - Antisimétrica: (4,1)R(2,2) y (2,2)R(4,1) pero (4,1)≠(2,2)

2. R es de equivalencia pues verifica las propiedades Idéntica, Simétrica y Transitiva. R no es de orden parcial pues no cumple la propiedad antisimétrica. R tampoco es de orden total pues no es de orden parcial.-

3. [(2,0)]={(x,y) ∈ NxN / (x,y)R(2,0)}
   (x,y)R(2,0) ⇔ x.y=2.0=0 ⇔ (x=0 ó y=0)
   [(2,0)]={(x,0), ∀x ∈ N}∪{(0,y), ∀y ∈ N}

   [(3,5)]= {(x,y) ∈ NxN / (x,y)R(3,5)}
   (x,y)R(3,5) ⇔ x.y=3.5=15
   [(3,5)]={(3,5),(5,3),(15,1),(1,15)}

4. R no es una función pues: (6,2)R(3,4) y (6,2)R(12,1), es decir que un mismo elemento (6,2) del dominio tiene dos imágenes distintas (3,4)≠(12,1) a través de R en el codominio.-

b) A={a,b,c,d}
R no cumple:

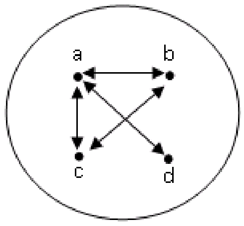
- Relfexiva: pues (a,a)∉R
- Transitiva: bRa, aRc pero (b,c)∉R
- Antisimétrica: aRb y bRa pero a≠b

	a	b	c	d
a	0	1	1	1
b	1	0	0	1
c	1	0	0	0
d	1	1	0	0

R cumple:

- Antirreflexiva: pues ∀ x∈A se cumple que (x,x)∉R
- Simétrica: pues como la matriz es simétrica respecto de la diagonal principal, se tiene que si aRb entonces bRa.-

R no es de equivalencia pues no cumple con la propiedad reflexiva, tampoco es de orden parcial pues no cumple con la propiedad antisimétrica, y por tanto tampoco es de orden total.



Ejercicio 3

a) S se define: `[(x,y)|x <-[-100..100],y <-[-100..100],x*y==x+y]`
b) R se define: `[(x,y)|x <-[-20..20],y <-[-20..20],x*y*(x-1)*(y-1)>0]`

Ejercicio 4

a) **Verdadero.** R⊆AxA es idéntica ⇔ R^{-1} es idéntica.
R es idéntica ⇔ ∀ x ∈ A: (x,x) ∈ R ⇔ ∀ x ∈ A: (x,x) ∈ R^{-1} ⇔ R^{-1} es idéntica

b) **Verdadero.** R,S ⊆ AxA son reflexivas, entonces ∀ x ∈ A: (x,x) ∈ R∩S, de donde deducimos que como $R-S$ ={(x,y) ∈ R / (x,y) ∉ S} tenemos que ∀ x ∈ A: (x,x)∉ $R-S$ por lo cual es $R-S$ irreflexiva. Con el mismo argumento y sabiendo que $R\Delta S$ =R∪S−R∩S tenemos que ∀ x ∈ A: (x,x)∉ $R\Delta S$ es irreflexiva.-

Ejercicio 5

a) **f(a)=f(b)**⇔ −2a+7=−2b+7 ⇔ −2a=−2b ⇔ **a=b** ⇒ f es inyectiva

b) Dado b ∈ Z(codominio):¿∃ a ∈ Z / f(a)=b?
f(a)=b ⇒ −2a+7=b ⇒ −2a=b−7 ⇒ a=−½(b−7)
supongamos b=0 ⇒ a=7/2 ∉ Z, por lo tanto f no es sobreyectiva.-

Ejercicio 6

a)

```
funcionA::Integer->Integer->Integer
funcionA a b = if (mod a b == 0) then (div a b)
                  else (mod a b)
```

b)

```
funcionB::Integer->Integer->(Integer,Integer)
funcionB a b = if (a<=b) then (mod b a, div b a)
                  else (mod a b, div a b)
```