Práctico de continuidad y derivabilidad

1) Se consideran las funciones definidas por:

a) $f \;/\; f(x) = \begin{cases} x^2, & \forall x \le 1 \\ ax+b, & \forall x > 1 \end{cases}$ b) $g \;/\; g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x}, & \forall x \ge 2 \\ a+bx^2, & \forall x < 2 \end{cases}$

Determinar los valores a y b para que *f* y *g* sean derivables en $\Re$.

2) Sea $f \,/\, f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$, hallar los puntos $(\alpha, f(\alpha)) \in G(f)$ en los cuales la tangente al gráfico:

a. es horizontal
b. es paralela a la recta de ecuación $y=3x+1$.

3) Demuestre que $f(x)= |x|$ es continua, pero no derivable en $x_0=0$.

4) Demuestre aplicando la definición que la derivada de una constante es 0.

5) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 1, & \forall x \le 0 \\ x+1, & \forall 0 < x \le 2 \\ 2x-1, & \forall x > 2 \end{cases}$. Estudia si es derivable en los puntos $x=0$ y $x=2$.

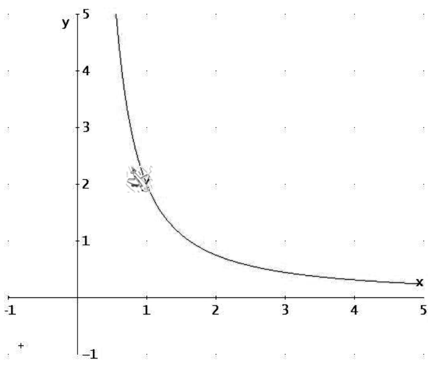
6) Si $f(5) = 1$, $f'(5)= 6$, $g(5)=-3$ y $g'(5)=2$, entonces calcule:

a. $(f\,.g)'(5)$
b. $\left(\dfrac{g}{(f-g)}\right)'(5)$

7) El número de individuos de una población animal crece en función del tiempo según $n(t) = t^2 + 25t + 100 \quad (t \quad en\ años)$. Halla la velocidad instantánea de crecimiento para $t = 3$.

8) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f : f(x) = x^2 - 2x - 3$ en el punto $(3; f(3))$.

9) Sea $f : f(x) = x^2 + ax + b$. Halla los valores de *a* y *b* tales que la recta $y = 2x$ sea la tangente a la gráfica de *f* en el punto de abscisa 2.



10) En un juego de computadora se ve en la pantalla un aeroplano que vuela de izquierda a derecha siguiendo la trayectoria dada por $y = \dfrac{x+1}{x}$. El aeroplano lanza proyectiles en dirección tangente a la trayectoria, a blancos ubicados sobre el eje de abscisas en las posiciones $x=1$, $x=2$, $x=3$, $x=4$. Determina si los proyectiles largados desde M (1, 2) y desde N (1/2, 3) darán en el blanco.

11) Dada la función $f:f(x)=\begin{cases} x^2-2x & si \quad x\leq 1 \\ ax+3 & si \quad x>1 \end{cases}$. Halla *a* para que *f(x)* sea continua en 1. Para el valor de *a* hallado grafica *f* e investiga si f es derivable en *x*=1.

12) Halla la función derivada de las siguientes funciones e indica dominios:

$a)\ f:f(x)=x^3+x^2+x+4$

$b)\ f:f(x)=e^x+Lx+\sin x$

$c)\ f:f(x)=x+|x|$

13) Halla la función derivada de cada función e indica dominios:

$a)\ f:f(x)=(x+2)e^x$

$b)\ f:f(x)=2Lx$

$c)\ f:f(x)=\sin(x)\cdot\cos(x)$

14) Halla la función derivada de cada función:

$a:a(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$ $\quad b:b(x)=\dfrac{2x+1}{e^x}$ $\quad c:c(x)=\dfrac{Lx}{x^2+1}$

$d:d(x)=\tan x$ $\quad e:e(x)=\dfrac{1}{1+e^x}$ $\quad f:f(x)=\dfrac{x+2}{\sqrt{x}}$

15) Halla las derivadas de las funciones (funciones compuestas):

a) $f(x)=\left(3+2x^2\right)^4$ b) $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ c) $f(x)=\ln\left(1-x^2\right)$ d) $f(x)=e^{\sin^2 x}$

16) Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x)=x^2+x+1$ en el punto de abscisa *x*=2.

17) Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x)=\dfrac{-1}{2x}$ en el punto de abscisa *x*=1.

18) ¿Existe algún punto de la gráfica de *f* donde la tangente tenga coeficiente angular -5?

a) $f(x)=6x^2$ b) $f(x)=\dfrac{5}{3x}$

19) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$a(x)=x^3(2x-1)^5$, $b(x)=\dfrac{2x+1}{2x-1}$, $c(x)=\dfrac{2}{x^3+x}$, $d(x)=L(4x+1)$, $e(x)=cos(3x+1)^3$,

$f(x)=L\left(\dfrac{x^2-1}{x^2+1}\right)$, $g(x)=2x^3-6Lx+2\sqrt[3]{x}-4^x$, $h(x)=\sqrt{x}\cdot tgx$, $i(x)=L\sqrt{\dfrac{1+cos\,x}{1-cos\,x}}$,

$j(x)=x^3Lx\cdot e^x$, $k(x)=e^{\frac{1}{x}}\sqrt{4x^2+5}$, $l(x)=sen^2x\,cos^3x$, $m(x)=\dfrac{senx+cos\,x}{x-tgx+3}$,

$n(x)=e^x\dfrac{senx}{1-cos\,x}$, $ñ(x)=L\sqrt[3]{x^3-3x}$, $o(x)=\left(2x^3-4x\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}\right)$,

$p(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{x^4}$, $q(x)=arctg\sqrt{x}$, $r(x)=L\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$, $s(x)=xe^{xLx}$.

20) Demostrar que las curvas $y=\dfrac{\sqrt{2}}{x}$ e $y=\sqrt{x^2-1}$ se cortan perpendicularmente.