Práctico de matrices

1) Dadas las matrices $A=\begin{bmatrix}-1 & 2\\ 1 & 3\end{bmatrix} y\ B=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 2 & 3\end{bmatrix}$, calcula: a) A+B; b) B+A; c) A-B; d) 3A-2B; e) AB.

2) Si $A=\begin{bmatrix}1 & -4 & 2\\ -1 & 4 & -2\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}1 & 2\\ -1 & 3\\ 5 & -2\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}2 & 2\\ 1 & -1\\ 1 & -3\end{bmatrix}, calcular\ \ B+C,\ AB, BA,\ AC,\ CA,\ A(2B-3C).$

.

3) Sea $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 2\end{bmatrix}$. Hallar todas las matrices *B*, 2x2, tales que a) *AB*=0; b) *BA*=0.

4) Hallar en cada caso *a, b, c, d* para que satisfaga la ecuación dada.

a) $\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\ b\\ c\\ d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\ 9\\ 6\\ 5\end{bmatrix}$; b) $\begin{bmatrix}a & b & c & d\\ 1 & 4 & 9 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 6 & 6\\ 1 & 9 & 8 & 4\end{bmatrix}$

5) Calcular en cada caso *AB-BA*.

a) $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 3\end{bmatrix},\quad B=\begin{bmatrix}4 & 1 & 1\\ -4 & 2 & 0\\ 1 & 2 & 1\end{bmatrix}$ b) $A=\begin{bmatrix}2 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 2\\ -1 & 2 & 1\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}3 & 1 & -2\\ 3 & -2 & 4\\ -3 & 5 & 11\end{bmatrix}$

6) Sean $A=\begin{bmatrix}-1 & 2 & 1\\ 3 & 1 & 0\\ 2 & 3 & 1\end{bmatrix} y\ B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 2\\ 0 & 3 & 1\end{bmatrix}$.

Efectúa los productos $A\cdot B,\quad B\cdot A,\quad A^t\cdot B,\ \ A\cdot B^t,\ B^t\cdot A^t,\ \left(A\cdot B\right)^t$.

7) Sea $A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -1 & 1\end{bmatrix}$. Demostrar que $A^2=2A-I$ y calcular A^{100}.

8) Si $A=\begin{bmatrix}2 & -1\\ -2 & 3\end{bmatrix} y\ B=\begin{bmatrix}7 & 6\\ 9 & 8\end{bmatrix}$, hallar las matrices C y D, 2x2, tales que AC=B y DA=B. .

.

9) Aplicando el método de Gauss a cada uno de los siguientes sistemas, determinar la solución general, si existe:

a) $\begin{cases} x+y+3z=5 \\ 2x-y+4z=11 \\ -y+z=3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x+2y+z=1 \\ 5x+3y+3z=2 \\ x+y-z=1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x+2y+z=1 \\ 5x+3y+3z=2 \\ 7x+4y+5z=3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x+2y+z=1 \\ 5x+3y+3z=2 \\ 7x+4y+5z=3 \\ x+y-z=0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x-2y+5z+u=1 \\ x+y-3z+2u=2 \\ 6x+y-4z+3u=7 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x+y-3z+u=5 \\ 2x-y+z-2u=2 \\ 7x+y-7z+3u=3 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x-2y+z+2u=-2 \\ 2x+3y-z-5u=9 \\ 4x-y+z-u=5 \\ 5x-3y+2z+u=3 \end{cases}$

10) Demostrar que el sistema $x+y+2z=2,\ 2x-y+3z=2,\ 5x-y+az=6,$ tiene solución única si $a \neq 8.$ Hallar todas las soluciones cuando $a=8.$

11) Determinar, cuando sea posible, la inversa de cada una de las matrices:

a) $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

b) $B=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

c) $C=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$

d) $D=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

e) $E=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

f) $F=\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -4 \\ 1 & -4 & 6 \end{bmatrix}$

g) $G=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$

h) $H=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$