

SISTEMAS DE ECUACIONES

EJERCICIO 1

a) Resolver :
$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

b) Agregar una tercera ecuación de modo que siga siendo un sistema compatible.

c) Agregar ahora una tercera ecuación de modo que el sistema sea incompatible.

EJERCICIO 2

a) Comprobar que el siguiente sistema es indeterminado:
$$\begin{cases} x + y - z = 5 \\ x - y - z = 7 \end{cases}$$

b) Añadir una tercera ecuación para que el sistema sea compatible determinado.

c) Añadir una tercera ecuación de modo que el sistema siga siendo compatible indeterminado.

d) Añadir una tercera ecuación de modo que el sistema obtenido sea incompatible.

EJERCICIO 3

Resolver los siguientes sistemas por el método de Gauss (escalerización):

$$1 \begin{cases} x - y + 3z = -4 \\ x + y + z = 2 \\ x + 2y - z = 6 \end{cases} \quad \text{Sol. } (1, 2, -1)$$
$$2 \begin{cases} x + y + w = 6 \\ x + z - w = -3 \\ y + z + w = 4 \\ x - y + z = -2 \end{cases} \quad \text{Sol: } (1, 2, -1, 3)$$

$$3 \begin{cases} x + y + w = 6 \\ x + z - w = -1 \\ y + z + w = 6 \\ x - y + z = 0 \end{cases} \quad \text{Sol. } (1, 2, 1, 3)$$
$$4 \begin{cases} 3x + 4y - z = 3 \\ 6x - 6y + 2z = -16 \\ x - y + 2z = -6 \end{cases} \quad \text{Sol. } (-1, 1, -2)$$

EJERCICIO 4

Aplicar el método de Gauss para averiguar si los sistemas de ecuaciones siguientes tienen solución. En caso afirmativo averiguarla

$$1 \begin{cases} x - 2y = -3 \\ -2x + 3y + z = 4 \\ 2x + y - 5z = 4 \end{cases} \quad \text{Sol. Indet. } (1+2\lambda, 2+\lambda, \lambda)$$
$$2 \begin{cases} 4x - y + z = 4 \\ x - y + 4z = 1 \\ 2x + y - 7z = 3 \end{cases} \quad \text{Sol. Incompatible}$$
$$3 \begin{cases} -x + 2y - 3z = -2 \\ -x + 8y - 27z = 0 \\ x - y - z = 1 \end{cases} \quad \text{Sol. incompatible}$$

$$4 \begin{cases} x + 3y - z = -5 \\ 2x - y + 5z = 7 \\ x + 10y - 8z = 9 \end{cases} \quad \text{Sol. Incompatible}$$
$$5 \begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ x + z = 1 \\ 4x - y + 5z = 5 \end{cases} \quad \text{Sol. Indet. } (1-\lambda, \lambda-1, \lambda)$$
$$6 \begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x - 2y - z = 3 \\ 4x - 5y - z = 9 \end{cases} \quad \text{Sol. Indet. } (1-\lambda, -1-\lambda, \lambda)$$

EJERCICIO 19

Determinar, aplicando el método de Gauss, para que valores del parámetro **a** los sistemas son: **SCD** compatible determinado; **SCI** compatible indeterminado ; **SI** incompatible.

$$1 \begin{cases} 4x + 2y = a \\ x + y - z = 2 \\ ax + y + z = 1 \end{cases}$$

Sol. $a=3 \rightarrow$ SCI
 $a \neq 3 \rightarrow$ SCD

$$2 \begin{cases} 2x - y + 3z = 2 \\ 2x - y + az = 6 \\ x + y + 2z = 2 \end{cases}$$

Sol. $a=3 \rightarrow$ SI
 $a \neq 3 \rightarrow$ SCD

$$3 \begin{cases} x + 2y - z = 4 \\ 3x - y + z = 9 \\ 4x + y + az = 13 \end{cases}$$

Sol. $a=0 \rightarrow$ SCI
 $a \neq 0 \rightarrow$ SCD

$$4 \begin{cases} x - 3y + 2z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \\ -3x + ay - 3z = 0 \end{cases}$$

Sol. $a=4 \rightarrow$ SCI

$a \neq 4 \rightarrow$ SCD

$$5 \begin{cases} x + y = 1 \\ ax + 3y - 2z = 0 \\ -x - 4z = 3 \end{cases}$$

Sol. $a = \frac{5}{2} \rightarrow$ SI

$a \neq \frac{5}{2} \rightarrow$ SCD

EJERCICIO 20

Considerar el siguiente sistema:
$$\begin{cases} 2px - y - 2z = -1 \\ -3px + 2y + (4 - 2p)z = 2 \\ (3 - 2p)x + y + pz = 2 \end{cases}$$

a) Resolverlo para $p=2$ y para $p=4$

b) ¿Para qué valores de p el sistema es compatible y determinado?

EJERCICIO 21

Determinar si los siguientes sistemas tienen soluciones diferentes de la trivial $(0,0,0)$:

$$a) \begin{cases} 2x - 3y + 4z = 0 \\ x + y - 2z = 0 \\ x - 2y - 3z = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 3y - 2z = 0 \\ 2x - 4y + z = 0 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

EJERCICIO 22

Determinar para qué valores de **h** el siguiente sistema admite soluciones diferentes de la trivial y hallarlas:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 5x - hy - 5z = 0 \\ 3x - y + z = 0 \end{cases}$$