# Practico Nº 1 – Teoría de Conjuntos (Repaso)

1. Escribir las siguientes afirmaciones en notación conjuntista:
   a) $x$ no pertenece a $A$ b) d es un elemento de *B*
   c) *F* es subconjunto de *G* d) *H* no incluye a *D*

2. Entre los conjuntos que siguen, ¿cuáles son diferentes, y cuales iguales?: $\varnothing$, $\{0\}$, $\{\varnothing\}$, $\{\ \}$
3. Dados los conjuntos $A=\{x/x\in\mathbb{N},\ -3<x<2\}$ y $B=\{x/x\in\mathbb{Z},\ x^2<4\}$, determina por extensión, los siguientes conjuntos $A,\ B,\ A\bigcup B\ y\ A\bigcap B$.
4. Expresar por extensión los siguientes conjuntos:
   a) $A=\{x/x\in\mathbb{N},\ x \text{ es primo y divisor de } 36\}$
   b) $B=\{x/x\in\mathbb{N},\ 2<2x-3<11\}$
   c) $C=\{x/x\in\mathbb{Z},\ 9\le x^2<30\}$
   d) $D=\{x/x\in\mathbb{Q},\ x(2x-5)(x^3-3)=0\}$
5. Sean $A=\left\{x\in\mathbb{N}/\dfrac{-x^3-x^2+6x}{x+1}\ge 0\right\}$, $B=\left\{x\in\mathbb{Z}/\dfrac{-x^3-x^2+6x}{x+1}\ge 0\right\}$, $C=\left\{x\in\mathbb{Z}/\dfrac{x-4}{x+2}\le 0\right\}$ y
   $D=\{x\in\mathbb{N}/2x-1<0\}$.
   Determinar: $A\bigcup D,\ B-A,\ A\bigcap B\bigcap C,\ (B-C)\bigcap(D\bigcup A)$
6. Dados los siguientes conjuntos:
   $A=\{0,3,6,9,12,15,18,21,24,27,30\}\ \ y\ \ B=\{16,25,36,49,64,81,100,121,144\}$
   a) Expresarlos por comprensión.
   b) Determinar por extensión los siguientes conjuntos:
   $X=\{x/x\in\mathbb{R},\ x^2\in A\}$, $Y=\{x/x\in B,\ \frac{1}{5}x\in\mathbb{Z}\}$, $G=\{x/x\in A,\ x-15<0\}$
7. Sea el conjunto $A=\{2,6,8,9\}$, indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
   i) $\{2\}\in A$ ii) $2\in A$ iii) $\{2,7,8\}\in A$ iv) $\{2,9\}\subset A$
   v) $\varnothing\subset A$ ii) $\varnothing\in A$ iii) $\varnothing\in P(A)$ iv) $\varnothing\subset P(A)$
8. Se sabe que $D\subset A$, $D\not\subset B$, $A=\{1,2,4\}$, $A\bigcap B=\{1,2\}$, $A\bigcup B\bigcup D=\{1,2,4,0,-1\}$, $D\bigcap A=\{2,4\}$.
   a) Realiza el diagrama de Venn correspondiente.
   b) Determina por extensión $B\ y\ D$.

9. Sean *A*, *B* y *C* tres conjuntos tales que *A* y *B* son disjuntos y además *A* está incluido en *C*. Completar:
   a) $(A\bigcap B)\bigcup C$ b) $(A\bigcap B)\bigcap C$ c) $\left[(A\bigcap B)\bigcup C\right]\bigcap A$ d) $\left[(A\bigcap B)\bigcup A\right]\bigcup C$
10. Un conjunto *A* tiene 14 elementos y otro *B* tiene 10 elementos.
    a) Si $A\bigcap B$ tiene 10 elementos, ¿cuántos tiene $A\bigcup B$?
    b) Si $A\bigcup B$ tiene 17 elementos, ¿cuántos tiene $A\bigcap B$?

11. En una ciudad los niños recibieron las vacunes *A*, *B* y/o *C* de la siguiente forma:
    18% recibió sólo dos de las vacunas, 7% recibió sólo la *B*, 30% recibió por lo menos dos de las vacunas, 42% recibió sólo la *C*, 13% recibió sólo la *A*, 35% recibió la *A*, 63% recibió la *C* y 8% no recibió ninguna.
    a) ¿Qué porcentaje recibió sólo la *B*?
    b) ¿Qué porcentaje recibió las vacunas *A* y *B*?
    c) ¿Qué porcentaje recibió las vacunas *A* y/o *B*?

12. Expresar los siguientes conjuntos utilizando notación de intervalos y representarlos en un eje de abcisas.

$A=\{x\in\mathbb{R}/2\le x\le 4\}$ $B=\{x\in\mathbb{R}/0\le x\le\sqrt{2}\}$ $C=\left\{x\in\mathbb{R}/-\frac{1}{2}\le x\right\}$ $D=\{x\in\mathbb{R}/x\le 2\}$

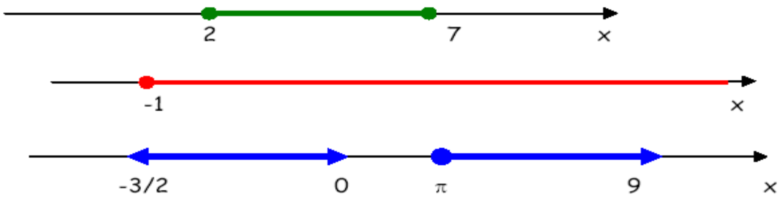
Hallar: $A\cap B,\ A\cap D,\ B\cup C,\ D\cap C,\ (A\cup D)\cap B$

13. Dados $A=\{x/x\in\mathbb{R},\ -3\le x\le 2\}$, $B=\left\{x/x\in\mathbb{R},\ -1<x\le\frac{1}{2}\right\}$, $C=\{x/x\in\mathbb{R},\ -6<x<-2\}$ y $D=\{x/x\in\mathbb{R},\ -0\le x\le 1\}$. Escribe estos conjuntos utilizando notación de intervalos.

14. Si $A=[-2,0], B=[-4,-1]$ y $C=\left[0,10^{-1}\right]$, determina estos conjuntos por comprensión.

15. Tomando los conjuntos $A$, $B$, C $y$ $D$ del ejercicio 12, usando intervalos, escribe los siguientes conjuntos: $A\cap B,\ B\cap D,\ B\cap C,\ A\cap C,\ (A\cap B)\cup C$

16. Expresar en notación de conjuntos los intervalos de la recta real representados a continuación:




17. Sean $A=\{x\in\mathbb{R}/x^4-13x^2+36<0\}$, $B=\{x\in\mathbb{R}/4x^3-3x^2-7x<0\}$ y $C=\{x\in\mathbb{R}/2x^4-15x^2-27<0\}$ escribir *A*, *B* y *C* utilizando notación de intervalos.

18. Resuelve las siguientes operaciones entre conjuntos:

$\{\pi,\sqrt{2},2,3.14\}\cap\mathbb{R}=$ $\quad\left[\sqrt{2},3\right)\cap\mathbb{Z}=$ $\quad[-5,7]\cap\mathbb{Z}=$ $\quad[-5,7]\cap\mathbb{R}=$

$\left\{\frac{\pi}{2},7,-\frac{3}{19},0\right\}\cap\mathbb{Q}=$ $\quad\left[\sqrt{2},3\right)\cap\mathbb{R}=$ $\quad(2,3]\cap\mathbb{N}=$

19. Dados los conjuntos $A=\{-1,1,2\}$ y $B=\{2,-3\}$, hallar todos los conjuntos *X* tales que cumplan: $X\subseteq(A\cup B)$ $\quad X-A=\{-3\}$ $\quad X\cap A\cap B\neq\varnothing$

## Ejercicios Complementarios

20. Determina los conjuntos *A*, *B*, *C* y el conjunto *U* (universal) si:

$\overline{(A\cup B\cup C)}=\{1,8,12\}$ $\quad B\cap C=\varnothing$ $\quad A\cap C=\{5\}$ $\quad A\cup B=\{2,3,4,5,7,9\}$

$A\cup C=\{2,3,4,5,6,10,11\}$ $\quad\overline{B}=\{1,2,5,6,8,10,11,12\}$

21. Dados los siguientes conjuntos, indicar si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas: $A=\{1,2\}$ $B=\{\{1\},\{2\}\}$ $C=\{\{1\},\{1,2\}\}$ $D=\{\{1\},\{2\},\{1,2\}\}$

$A\in B$ $\quad A\subset C$ $\quad B\subset D$ $\quad 2\in A$

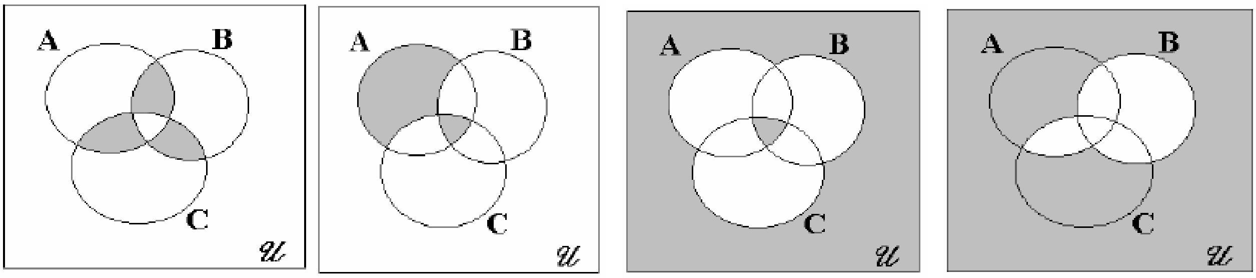
$A\subset B$ $\quad A\subset D$ $\quad A\subset D$ $\quad 2\in D$

$A\in C$ $\quad B\subset C$ $\quad \{1\}\subset D$ $\quad A\subset A$

22. Los defectos de producción de un artículo se identifican por *A*, *B* y *C*. De un total de 100 artículos se sabe que: 20 tienen el defecto *A*, 16 el *B*, 14 el *C*, 8 tienen simultáneamente el *A* y el *B*, 5 el *A* y el *C*, 4 el *B* y el *C*, en tanto 2 tienen los tres defectos.
a) ¿Cuántos no tienen defectos?
b) ¿Cuántos tienen un solo defecto?
c) ¿Cuántos tienen los defectos *A* y *C*, pero no el *B*?

23. En un grupo de 100 estudiantes se encontró que 28 alumnos estudian portugués, 30 alemán, 42 francés, 8 portugués y alemán, 10 portugués y francés, 5 alemán y francés y 3 los tres idiomas i) ¿cuántos no estudian ningún idioma? ii) ¿cuántos estudian solo francés? iii) ¿cuántos estudian solo un idioma?

24. Exprese simbólicamente (en notación conjuntista) el área de la superficie sombreada de los siguientes conjuntos, del modo más reducido posible:




25. De tres conjuntos *A*, *B* y *C* se sabe que: *A* tiene 175 elementos, *B* tiene 155, $B\bigcup C$ tiene 215, $A\bigcap B\bigcap C$ tiene 20, $B-\left(A\bigcup C\right)$ tiene 25, $A\bigcap B$ tiene 90 y $\left(A\bigcup B\right)-C$ tiene 130. Halle la cantidad de elementos de:
   a) $\left(A\bigcap C\right)-B$
   b) $A\bigcup B\bigcup C$

26. De tres conjuntos *A*, *B* y *C* se sabe que: *A* tiene 130 elementos, *B* tiene 75, *C* tiene 105, $C-\left(A\bigcup B\right)$ tiene 60, $\left(B\bigcap C\right)-A$ tiene 20, $A\bigcap B$ tiene 15 y $A-\left(B\bigcup C\right)$ tiene 100. Halle la cantidad de elementos de:
   a) $A\bigcap B\bigcap C$
   b) $B-\left(A\bigcup C\right)$
   c) $A\bigcup B\bigcup C$

27. De tres conjuntos *A*, *B* y *C* se sabe que: $A\bigcup B$ tiene 420 elementos, $A$ tiene 260, $C$ tiene 160, $A\bigcap B\bigcap C$ tiene 30, $\left(B\bigcap C\right)-A$ tiene igual número de elementos que $\left(A\bigcap B\right)-C$, $B-\left(A\bigcup C\right)$ tiene 150 elementos y el cardinal de $C-\left(A\bigcup B\right)$ es 100.
   a) Efectúe el diagrama completo.
   b) Halle la cantidad de elementos de: $\left(A\bigcap C\right)-B$, $A-\left(B\bigcup C\right)$ y $A\bigcup B\bigcup C$.

28. Se sabe que $D\subset A, D\not\subset B, A=\{1,2,4\}, A\bigcap B=\{1,2\}, A\bigcup B\bigcup D=\{1,2,4,0,-1\}$, $D\bigcap A=\{2,4\}$.
   a) Realiza el diagrama de Venn correspondiente.
   b) Determina por extensión $B\ y\ D$.

29. De tres conjuntos se sabe que $A\bigcup C=\{x / x\in\mathbb{N},\ x<9\ \wedge\ x\neq 6\}$
   $B\bigcup C=\{2,8,5,7,9\}$, $B\bigcap C=\{5,7\}$, $A\bigcap C=\{2\}$ y $C-\left(B\bigcup A\right)=\{8\}$. Hallar $A,\ B\ y\ C$.

30. Dados $A=\{x / x\in\mathbb{N},\ x<10\}$, $B=\left\{x / x\in\mathbb{N},\ x=\dot{2}\ \wedge\ 3<x<9\right\}$ y $C=\{x / x\in\mathbb{N},\ 3<x<9\}$.

   Hallar todos los conjuntos $D$ que verifican simultáneamente: $D\subset C, \{6,7\}\subset D$ y $B\bigcap D=\{6,8\}$.

31. Si $A=[0,3]$, $B=[2,7)$ y $U=\mathbb{R}$, determine lo siguiente:
   a) $A\bigcap B$ b) $A\bigcup B$ c) $\overline{A}$ d) $A\Delta B$ e) $A-B$ f) $B-A$

32. Sean $U=\{a,b,c,........,x,y,z\}$, $A=\{a,b,c\}$ y $C=\{a,b,d,e\}$. Si $\left|A\bigcap B\right|=2$ y $\left(A\bigcap B\right)\subset B\subset C$ determine *B*.

## Propiedades de la teoría de conjuntos

Para cualesquiera conjuntos $A$, $B$ y $C$ tomados de un universo $\mathcal{U}$ :

| | | |
|---|---|---|
| **1)** | $\overline{\overline{A}} = A$ | Ley del *doble complemento* |
| **2)** | $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$<br>$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ | Leyes de *De Morgan* |
| **3)** | $A \cup B = B \cup A$<br>$A \cap B = B \cap A$ | Propiedades *conmutativas* |
| **4)** | $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$<br>$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ | Propiedades *asociativas* |
| **5)** | $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$<br>$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ | Propiedades *distributivas* |
| **6)** | $A \cup A = A$<br>$A \cap A = A$ | Propiedades *idempotentes* |
| **7)** | $A \cup \emptyset = A$<br>$A \cap \mathcal{U} = A$ | Propiedades del *neutro* |
| **8)** | $A \cup \overline{A} = \mathcal{U}$<br>$A \cap \overline{A} = \emptyset$ | Propiedades del *inverso* |
| **9)** | $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$<br>$A \cap \emptyset = \emptyset$ | Propiedades de *dominación* |
| **10)** | $A \cup (A \cap B) = A$<br>$A \cap (A \cup B) = A$ | Propiedades de *absorción* |

---

Extraído del Libro:"Matemática Discreta y Combinatoria" Ralph. P. Grimaldi Editorial Pearson Prentice Hall 3a edición.