

Profesorado de Informática- Ciencias de la Computación - INET- CFE
Examen de Matemática II - 19/09/2011

Este examen es **sin** material a la vista.

1) a) Estudio analítico y representación gráfica de $f : f(x) = x^2 \cdot Lx - x^2$

b) Hallar el menor K, real, si existe, para el cual la ecuación $f(x) = K$ tiene una sola raíz. Justifique.

2) a) Calcular $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{2012}$. Justificar.

b) Dada $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, halla una matriz X tal que $AXA = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

3) Sean las sucesiones $a_n = \frac{4n-5}{2n+1}$ y $b_n = \frac{2n+3}{n-1}$

a) Probar que forman un par de sucesiones monótonas convergentes.

b) ¿Cuál es el valor de n natural a partir del cual la diferencia entre b_n y a_n es menor que 0,003?

4)

a) Demuestre que $f(x) = |x|$ es continua, pero no derivable en $x_0=0$.

b) Resuelve y calcula por el método que creas conveniente:

i) $\int (3t\sqrt{2+t^2}) dt$

ii) $\int_1^2 e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{x^2} \right) dx$

c) Sea $f : f(x) = \frac{2x-3}{x^2(x+1)}$, calcular F, primitiva de f que cumple que $F(1) = -3 + 5L2$

Soluciones:

$$2) a) \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{2012} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$4) b) i) \int (3t\sqrt{2+t^2}) dt = (2+t^2)^{\frac{3}{2}}$$

$$ii) \int_1^2 e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{x^2}\right) dx = \int_1^2 \left(e^x + \frac{1}{x^2}\right) dx = e^x - \frac{1}{x} \Big|_1^2 = \left(e^2 - \frac{1}{2}\right) - \left(e^1 - \frac{1}{1}\right) = e^2 - e + \frac{1}{2}$$

$$c) \int \frac{2x-3}{x^2(x+1)} = \frac{3}{x} - 5.L \left| \frac{x+1}{x} \right| + c = F(x)$$

$$F(1) = \frac{3}{1} - 5.L \left| \frac{1+1}{1} \right| + c = 3 - 5.L2 + c = -3 + 5L2.$$

$$\text{Entonces } c = -6 + 10.L2 \quad F(x) = \frac{3}{x} - 5.L \left| \frac{x+1}{x} \right| + -6 + 10L2$$