Profesorado de Informática - Ciencias de la Computación - INET – CFE
Matemática Discreta usando el computador 2011 (Matemática I)

Examen de Matemática I - 05 de julio del 2011

Ejercicio 1

a) Demostrar que $A \oplus C = B \oplus C \Rightarrow A = B$ ("$\oplus$" significa ***diferencia simétrica***)

b) Investigar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Para cada una, si es verdadera, demostrarla, si es falsa, dar un contraejemplo.

   i) $A \cap C = B \cap C \Rightarrow A = B$

   ii) $A \cup C = B \cup C \Rightarrow A = B$

Ejercicio 2

a) Sea R una relación sobre un conjunto A. Se define una nueva relación T sobre el mismo conjunto A, de la siguiente forma: $(b, a) \in T \leftrightarrow (a, b) \in R$.

   i) Demostrar que R es simétrica si y solo si $R = T$

   ii) Demostrar que si R es de orden, entonces T también es una relación de orden.

b) Se considera $\mathrm{f}: \mathrm{A} \to \mathrm{B}$ una función total y se define una relación S sobre A, de la siguiente forma: $\forall\, \mathrm{a}, \mathrm{b} \in A:\ a\, S\, b \leftrightarrow (\mathrm{f}\ \mathrm{a}) = (\mathrm{f}\ \mathrm{b})$, demostrar que S es de equivalencia.

c) Considerando el caso particular de $\mathrm{f}: \mathrm{Z} \to \mathrm{Z}\ /\ (\mathrm{f}\ \mathrm{n}) = \begin{cases} 5 & \text{si} \quad n = \dot{3} \\ 6 & \text{si} \quad n = \dot{3} + 1 \\ 7 & \text{si} \quad n = \dot{3} + 2 \end{cases}$, hallar las clases de equivalencia y el conjunto cociente Z/S. Justificar.

Ejercicio 3

Sean $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B = \{2,3,4,9\}$ y $\mathrm{f}: \mathrm{A} \to \mathrm{B} \to \mathrm{C}$ tal que $(\mathrm{f}\ \mathrm{x}\ \mathrm{y}) = \mathrm{x} - \mathrm{y}$

a) Hallar C para que el f sea sobreyectiva. Justificar.

b) Investigar si f es inyectiva. Justificar.

Ejercicio 4

a) Implementar la función **`esprimo`** que recibe un número entero y nos indica si dicho número es primo o no.

b) Definir una función **`listaprimos`** que recibe un entero no negativo **p** devuelve una lista de números primos entre 1 y **p** ordenada en forma decreciente.

Ejercicio 5

a) Definir una función **`replica`** que recibe dos argumentos: **p** y **n**, donde **p** representa un elemento de cualquier tipo y **n** es un número natural. Dicha función devuelve una lista de **n** elementos **p** repetidos.
   Ejemplo: **`replica`** `True (S(S(S Z))) = [True,True,True]`

b) Probar que $\forall$ n $\in$ N: **`largo (replica x n) = n`**

Ejercicio 6

Sean: $\mathrm{f}: \mathrm{N} \to \mathrm{N}$, $\mathrm{g}: \mathrm{N} \to \mathrm{N}$, $\mathrm{h}: (\mathrm{N} \to \mathrm{N}) \to \mathrm{N} \to \mathrm{N}$, $\mathrm{t}: \big((\mathrm{N} \to \mathrm{N}) \to \mathrm{N} \to \mathrm{N}\big) \to \mathrm{N} \to \mathrm{N}$,
$\mathrm{p}: \mathrm{N} \to (\mathrm{N} \to \mathrm{N}) \to \mathrm{N} \to \mathrm{N}$, $\mathrm{x}, \mathrm{y}: \mathrm{N}$.

Indicar si las siguientes expresiones tienen tipo (es decir, sin son correctas), en caso afirmativo indicarlo, justificando en todo caso la respuesta.

1. h x y	5. t h	9. f (p 4 f 9) 7
2. h f	6. t (h f)	10. h (t h)
3. g (h f)	7. h (p x g)	11. f (p x g y) (h g)
4. g (h f 5)	8. g (t h x)	12. p (g y) (h f) (t h y)

Prof. Ing. Paula Echenique, Prof. Germán Ferrari , Prof. Saúl Tenenbaum.