14 Demuestra que las siguientes afirmaciones son falsas dando un contraejemplo para cada una:

a) Si $a|b.c$ entonces $a|b$ o $a|c$.

b) Si $a|(b+c)$ entonces $a|b$ o $a|c$.

c) Si $a|b$ y $c|b$ entonces $a.c|b$.

d) Si $n-1=\dot{a}$ entonces $n=(\dot{a+1})$.

15 Determina las posibles cifras x e y para que el número:

a) $5x29y$ sea $\dot{44}$.   b) $2x7y^2$ sea $\dot{24}$.

16 Demuestra que:

a) n^3-n es divisible entre 6 $\forall n\in N$.

b) $n(n+1)(2n+1)=\dot{6}\ \forall n\in N$.

c) n^2+2 no es $\dot{4}\ \forall n\in N$.

d) Los números de la forma $\overline{aabb}$ son $\dot{11}$.

e) Los números capicúa con un número par de cifras son $\dot{11}$.

17 Demuestra, por inducción completa, que:

a) $4^n-1=\dot{3}\ \forall n\in N$ b) $3^{2n+1}+2^{n+2}=\dot{7}\ \forall n\in N$

c) $3^{2n+2}+2^{6n+1}=\dot{11}\ \forall n\in N$ d) $2^{2n}+2^n+1=\dot{7}\ \forall n\in N\,/\,n\neq\dot{3}$

e) $2.8^n+15^n+11=\dot{14}\ \forall n\in N$ f) $10^n-3^n=\dot{7}\ \forall n\in N$

g) $a^n-b^n=(\dot{a-b})\ \forall a,b\in N, a>b, \forall n\in N$

18 Determina dos números naturales de dos cifras terminados en 7 cuyo producto sea de la forma $\overline{aabb}$.

19 **1)** Sabiendo que $a-2=\dot{5}$ determina el resto de dividir a^2 y a^3 entre 5.

2) Sabiendo que $a-3=\dot{7}$ y $b-1=\dot{7}$ determinar los restos que se obtienen al dividir entre 7:

a) $a+b$ b) $b-a$ c) $5a-b$ d) $a\cdot b$ e) a^2+b^2

20 Demuestra que:

a) Si n impar entonces $n^2-1=\dot{8}$.

b) Si $n\neq\dot{7}$ entonces $n^3\pm1=\dot{7}$.

c) Si n es un cuadrado perfecto entonces $n=\dot{5}$ o $n\pm1=\dot{5}$. Deduce en qué cifra puede terminar un cuadrado perfecto.