

Examen de Matemática I – 09 de diciembre de 2010

Nombre:

Comentarios: En Haskell: se debe indicar el tipo de las funciones que se definan. Se pueden usar funciones auxiliares, si se necesitan.

Ejercicio 1

- a) Sea $A = \{0, 1, 2, 4, 5\}$ y R una relación de $A \times A$ en $A \times A$ tal que $(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$. Indicar que propiedad(es) de las siguientes cumple R : reflexiva, antirreflexiva, simétrica, antisimétrica, asimétrica, transitiva. Justificar.
- b) Indique si R es una relación de:
1. **Equivalencia.** En caso afirmativo, hallar la clase de equivalencia del $(1, 4)$ y el conjunto cociente A/R .
 2. **De orden.** En caso afirmativo, indicar si se trata de orden parcial o de orden total.

Ejercicio 2

Sea $f : A \rightarrow \mathbb{N}$ tal que $f(x) = \sqrt{x}$

- a) Hallar el conjunto A para que f sea una función sobreyectiva. Justificar.
- b) Indicar si f es inyectiva. Justificar.

Ejercicio 3

Indicar si las siguientes proposiciones para conjuntos A , B y C son verdaderas o falsas. Si son verdaderas, hay que demostrarlas. Si son falsas, hay que dar un contraejemplo.

- a) $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
- b) $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$

Ejercicio 4

- a) Definir en Haskell una función **sumacifras** que dado un número entero devuelva el valor de la suma de los dígitos del mismo. Ejemplo: **sumacifras -132005 = 11**
- b) Teniendo en cuenta la función anterior, definir una función **mult3** que verifique si un número entero es múltiplo de 3. Sugerencia: utilizar criterio de divisibilidad entre 3.

Ejercicio 5

Definir las siguientes funciones utilizando **listas por comprensión**.

- a) **divisores** :: Int → [Int], que devuelve una lista de divisores de un entero positivo (y la lista vacía para otras entradas), por ejemplo: **divisores 12 = [1, 2, 3, 4, 6, 12]**
- b) La función **esPrimo** :: Int → Bool, que chequea si un entero positivo es primo.

Ejercicio 6

- a) Definir la función **restotres** de forma que si ingresamos un número natural (N) nos devuelve el resto de la división entera de dicho número entre tres.
Por ejemplo: **restotres (S(S(S(S(S Z)))))) = S(S Z)**
- b) Probar la siguiente propiedad: $\forall q \in list\ A, \text{ largo } q = \text{ largo } (invertir\ q)$
Es necesario definir las funciones que utilizará, por ejemplo, "largo" e "invertir".

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS LIBRES

7) Dadas las siguientes declaraciones:

$$a, b : A$$

$$g : A \rightarrow (A \rightarrow A)$$

$$h : (A \rightarrow A \rightarrow A) \rightarrow A \rightarrow A$$

$$i : A \rightarrow A$$

$$j : A \rightarrow A \rightarrow A$$

Indicar si estas expresiones tienen tipo. En todos los casos justificar. Si tienen tipo Indicarlo.

$$h(gi)$$

$$j(hj(jbb))$$

$$g a i$$

$$g(hja)$$

$$hj(jab)$$

$$g(ia)$$

$$i(g(lib))$$

$$ji$$

8) Definir una función nat2bin que recibe un número entero no negativo y lo transforma en una lista de bits correspondiente a su representación binaria. (indicar su tipo).

Ejemplo: $\text{nat2bin } 8 = [1, 0, 0, 0]$