Examen Matemática I – 07 de Julio de 2010

(elegir 5 ejercicios)

Ejercicio 1

a) Definir en Haskell una función **intercalar** que dadas dos listas de números enteros, devuelva una nueva lista de enteros ordenada en forma creciente, formada por los elementos de las dos listas que toma como argumentos.
Nota: suponer las listas ordenadas en forma creciente.
Ejemplo:
`intercalar [-7,-3,0,2,4][-10,-4,1,2,8]=[-10,-7,-4,-3,0,1,2,2,4,8]`

b) Probar aplicando inducción estructural que: $\forall$ $L_1, L_2 \in$ `List A`, se cumple:
`largo(intercalar` L_1 L_2`)= largo` L_1 `+ largo` L_2

Ejercicio 2

Dada la siguiente función f:N$\to$N definida recursivamente como sigue:

f(1)=1
f(n+1)=2.f(n)+1

a) A partir de algunos valores de f conjeturar una fórmula para f en función de n.
b) Demostrar por inducción completa la validez de la conjetura anterior $\forall$ n>0.
c) Estudiar la inyectividad y la sobreyectividad de f.

Ejercicio 3

Dada una función f:A$\to$B y una relación R $\subseteq$ AxA definida como sigue: $\forall$ x,y$\in$ A: x R y $\Leftrightarrow$ f(x)=f(y)

a) Analizar si R es de equivalencia. Justificar.
b) Para el caso particular en que f:R$\to$R / f(x)= $x^2 - x$
   - Dado a $\in$ R, hallar [a] (Clase de equivalencia de a).
   - Analizar inyectividad y sobreyectividad de f.

Ejercicio 4

a) Demuestra que $\forall$A, B conjuntos, se cumple que AΔB= (A–B)U(B–A)
b) Supongamos que A, B y C son conjuntos que verifican: AΔC=BΔC, ¿Debe verificarse A=B?. Justificar.

Ejercicio 5

a) En una implementación del lenguaje de programación Pascal, un identificador consta de una sola letra, o de una sola letra seguida de hasta siete símbolos, que pueden ser letras o dígitos. (Supongamos que el computador no distingue entre letras mayúsculas y minúsculas; hay 26 letras y 10 dígitos). Sin embargo, ciertas palabras clave están reservadas para los comandos; en consecuencia, estas palabras clave no pueden usarse como identificadores. Si esta implementación tiene 36 palabras reservadas, ¿cuántos identificadores diferentes son posibles en esta versión de Pascal?

b) La producción de una pieza de una máquina consta de cuatro etapas. Hay seis líneas de ensamble disponibles para la primera etapa, cuatro líneas para la segunda etapa, cinco para la tercera y cinco para la última. Determine la cantidad de formas diferentes en que dicha pieza puede quedar totalmente ensamblada en este proceso de producción.

Ejercicio 6

a) Hallar dos naturales x e y sabiendo que x.y=9900 y que D(x,y)=30.
b) Hallar **a** sabiendo que: D(a,75)=5 y m(a,75)=150
c) Para el valor de **a** hallado en la parte b), probar que: $(a^{n+1} + a^n - a - 1)$ es múltiplo de 99.

Ejercicio 7

a) Definir por casos la función "anterior" que recibe dos naturales y devuelve el número natural anterior al menor de ambos, si son diferentes de cero, y si alguno es cero devuelve cero.
b) Dar la secuencia de cómputo para (anterior 4 3).

Profesores: Paula Echenique, Germán Ferrari, Saúl Tenenbaum.