Práctico de continuidad y derivabilidad

1) Se consideran las funciones definidas por:

a) $f \,/\, f(x) = \begin{cases} x^2, & \forall x \le 1 \\ ax+b, & \forall x > 1 \end{cases}$ b) $g \,/\, g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \forall x \ge 2 \\ a+bx^2, & \forall x < 2 \end{cases}$

Determinar los valores a y b para que *f* y *g* sean derivables en $\Re$ y bosquejar los gráficos resultantes.

2) Sea $f \,/\, f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$, hallar los puntos $(\alpha, f(\alpha)) \in G(f)$ en los cuales la tangente al gráfico:

a. es horizontal
b. es paralela a la recta de ecuación $y=3x+1$.

3) Demuestre que $f(x) = |x|$ es continua, pero no derivable en $x_0=0$.

4) Demuestre aplicando la definición que la derivada de una constante es 0.

5) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 1, & \forall x \le 0 \\ x+1, & \forall 0 < x \le 2 \\ 2x-1, & \forall x > 2 \end{cases}$. Estudia si es derivable en los puntos $x=0$ y $x=2$.

6) Si $f(5) = 1$, $f'(5) = 6$, $g(5) = -3$ y $g'(5) = 2$, entonces calcule:

a. $(f.g)'(5)$
b. $\left(\frac{g}{(f-g)}\right)'(5)$

7) Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

$a(x) = x^3(2x-1)^5$, $b(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$, $c(x) = \frac{2}{x^3+x}$, $d(x) = L(4x+1)$, $e(x) = \cos(3x+1)^3$,

$f(x) = L\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)$, $g(x) = 2x^3 - 6Lx + 2\sqrt[3]{x} - 4^x$, $h(x) = \sqrt{x} \cdot tgx$, $i(x) = L\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}}$,

$j(x) = x^3 Lx \cdot e^x$, $k(x) = e^{\frac{1}{x}}\sqrt{4x^2+5}$, $l(x) = sen^2 x \cos^3 x$, $m(x) = \frac{senx + \cos x}{x - tgx + 3}$,

$n(x) = e^x \frac{senx}{1-\cos x}$, $\tilde{n}(x) = L\sqrt[3]{x^3-3x}$, $o(x) = (2x^3-4x)(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})$,

$p(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}$, $q(x) = arctg\sqrt{x}$, $r(x) = L\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$, $s(x) = xe^{xLx}$.

8) Demostrar que las curvas $y=\dfrac{\sqrt{2}}{x}$ e $y=\sqrt{x^2-1}$ se cortan perpendicularmente.

9) Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x)=x^2+x+1$ en el punto de abscisa *x*=2.

10) La función $f:[-1,1]\to\Re$ definida por $f(x)=\sqrt[3]{x^2}$ toma el mismo valor en los extremos del intervalo. Encontrar la derivada y comprobar que no se anula nunca. ¿No contradice esto el teorema de Rolle?

11) Comprueba si la función $f:f(x)=\begin{cases}2x+2; & \forall x,-\dfrac{1}{2}\leq x<1\\ 5-(x-2)^2; & \forall x,1\leq x\leq 4\end{cases}$ cumple las hipótesis del teorema de Rolle. En caso afirmativo averigua dónde se cumple la tesis.