

Práctico de continuidad y derivabilidad

1) Se consideran las funciones definidas por:

$$\text{a) } f/f(x) = \begin{cases} x^2, & \forall x \leq 1 \\ ax + b, & \forall x > 1 \end{cases} \quad \text{b) } g/g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \forall x \geq 2 \\ a + bx^2, & \forall x < 2 \end{cases}$$

Determinar los valores a y b para que f y g sean derivables en \mathfrak{R} y bosquejar los gráficos resultantes.

2) Sea $f/f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$, hallar los puntos $(\alpha, f(\alpha)) \in G(f)$ en los cuales la tangente al gráfico:

- a. es horizontal
- b. es paralela a la recta de ecuación $y=3x+1$.

3) Demuestre que $f(x) = |x|$ es continua, pero no derivable en $x_0=0$.

4) Demuestre aplicando la definición que la derivada de una constante es 0.

5) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 1, & \forall x \leq 0 \\ x + 1, & \forall 0 < x \leq 2 \\ 2x - 1, & \forall x > 2 \end{cases}$. Estudia si es derivable en los puntos $x=0$ y $x=2$.

6) Si $f(5) = 1$, $f'(5) = 6$, $g(5) = -3$ y $g'(5) = 2$, entonces calcule:

- a. $(f \cdot g)'(5)$
- b. $\left(\frac{g}{f-g} \right)'(5)$

7) Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

$$a(x) = x^3(2x-1)^5, \quad b(x) = \frac{2x+1}{2x-1}, \quad c(x) = \frac{2}{x^3+x}, \quad d(x) = L(4x+1), \quad e(x) = \cos(3x+1)^3,$$

$$f(x) = L\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right), \quad g(x) = 2x^3 - 6Lx + 2\sqrt[3]{x} - 4^x, \quad h(x) = \sqrt{x} \cdot \operatorname{tg}x, \quad i(x) = L\sqrt{\frac{1+\cos x}{1-\cos x}},$$

$$j(x) = x^3 Lx \cdot e^x, \quad k(x) = e^{\frac{1}{x}} \sqrt{4x^2+5}, \quad l(x) = \operatorname{sen}^2 x \cos^3 x, \quad m(x) = \frac{\operatorname{sen}x + \cos x}{x - \operatorname{tg}x + 3},$$

$$n(x) = e^x \frac{\operatorname{sen}x}{1-\cos x}, \quad \tilde{n}(x) = L\sqrt[3]{x^3-3x}, \quad o(x) = (2x^3 - 4x)(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}),$$

$$p(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}, \quad q(x) = \operatorname{arctg}\sqrt{x}, \quad r(x) = L(x + \sqrt{1+x^2}), \quad s(x) = xe^{xLx}.$$

- 8)** Demostrar que las curvas $y = \frac{\sqrt{2}}{x}$ e $y = \sqrt{x^2 - 1}$ se cortan perpendicularmente.
- 9)** Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $f(x) = x^2 + x + 1$ en el punto de abscisa $x=2$.
- 10)** La función $f : [-1,1] \rightarrow \mathfrak{R}$ definida por $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ toma el mismo valor en los extremos del intervalo. Encontrar la derivada y comprobar que no se anula nunca. ¿No contradice esto el teorema de Rolle?
- 11)** Comprueba si la función $f : f(x) = \begin{cases} 2x + 2; & \forall x, -\frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 5 - (x - 2)^2; & \forall x, 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$ cumple las hipótesis del teorema de Rolle. En caso afirmativo averigua dónde se cumple la tesis.