

### Currificación Segunda parte

En la notación currificada, así como podemos escribir funciones que devuelvan funciones podemos escribir funciones que reciban funciones como parámetros.

Esto lo denotamos en el tipo de la función cambiando la precedencia de los implica:

Por ejemplo:

$$f: (Z \rightarrow Z) \rightarrow Z$$

En este caso  $f$  es un función que recibe una función de  $Z$  en  $Z$  como parámetro y devuelve un entero.

¿Cuál es el tipo de  $g$ ?

$$g: (Z \rightarrow Z) \rightarrow Z \rightarrow Z$$

¿Cuántos parámetros recibe? ¿Cuáles y en qué orden?

¿Cuál es el tipo de  $h$ ?

$$h: Z \rightarrow (Z \rightarrow Z) \rightarrow Z \rightarrow Z$$

¿Cuántos parámetros recibe? ¿Cuáles y en qué orden?

En este contexto;

- $x, y :: Z$
- La aplicación de  $g$  a  $f$ :  $(g \ f)$  es de tipo  $Z$ , es un entero
- La aplicación de  $h$  a  $x$  a  $f$ :  $(h \ x \ f)$  es de tipo  $Z$ , es un entero
- La aplicación de  $h$  a  $y$ :  $(h \ y)$  es una función de tipo  $(Z \rightarrow Z) \rightarrow Z \rightarrow Z$  y como se ve es una función que recibe una función de  $Z \rightarrow Z$ , luego un entero y devuelve un entero.

Como se vio, el implica asocia hacia la derecha, por lo tanto al colocar paréntesis en los tipos que no acompañen la asociatividad del implica estoy cambiando la precedencia, es por esto que no es lo mismo  $(Z \rightarrow Z) \rightarrow Z \rightarrow Z$  que  $Z \rightarrow Z \rightarrow Z \rightarrow Z$ .

Describir ambos tipos y explicar las diferencias.

La aplicación de funciones, por el contrario del implica, asocia hacia la izquierda, por lo tanto las siguientes expresiones son equivalentes:

- $(h \ x \ f)$
- $((h \ x) \ f)$

Sean

$$f: (Z \rightarrow Z) \rightarrow Z$$

$$p: Z \rightarrow Z$$

$$h: Z \rightarrow (Z \rightarrow Z) \rightarrow Z \rightarrow Z$$

$$x: Z$$

Veremos cuáles de las siguientes expresiones son correctas, es decir, tienen tipo, y cuáles no tienen tipo. Explicar las respuestas e indicar el tipo en el caso de las expresiones correctas:

$f \ x$  - incorrecta

$f \ p$  - tiene tipo

$f \ p \ x$  - no tiene tipo

$f \ (p \ x)$  - incorrecta

$h \ (f \ p)$  - correcta

$h \ f \ p$  - incorrecta

$h \ x \ f$  - correcta

$h \ x \ p \ (f \ p)$  - correcta

$h \ (f \ p) \ (h \ x \ p)$  - correcta

$h \ (f \ p) \ h \ x \ p$  - incorrecta

$h \ (f \ p) \ (h \ x \ p) \ (f \ p)$  - correcta

$f \ (p \ x) \ (h \ x \ p \ x)$  - incorrecta

Realizar el siguiente ejercicio:

Sean

$$f : N \rightarrow N$$

$$g : N \rightarrow N$$

$$h : (N \rightarrow N) \rightarrow N \rightarrow N$$

$$t : ((N \rightarrow N) \rightarrow N \rightarrow N) \rightarrow N \rightarrow N$$

$$p : N \rightarrow (N \rightarrow N) \rightarrow N \rightarrow N$$

$$x, y: N$$

Indicar si las siguientes expresiones tienen tipo, en caso afirmativo indicarlo, justificando en todo caso la respuesta.

1. $h \ x \ y$	6. $t \ h$	11. $f \ (p \ 3 \ f \ 2) \ 2$
2. $h \ f$	7. $t \ (h \ f)$	12. $h \ (t \ h)$
3. $g \ (h \ f)$	8. $h \ (p \ x \ g)$	13. $f \ (p \ x \ g \ y) \ (h \ g)$
4. $g \ (h \ f \ 3)$	9. $g \ (t \ h \ x)$	14. $p \ (g \ y) \ (h \ f) \ (t \ h \ y)$
5. $(p \ x) \ g$	10. $t \ (p \ x) \ x$	15. $g \ (h \ g \ x)$