Matemática I para Informática 2008

Prof. Saúl Tenenbaum

Segundo parcial: fecha tentativa: 30 de octubre del 2008, 18:00hs,
grupos vespertino y nocturno.

Revisión de ejercicios de Conteo, Inducción Completa, Divisivilidad y Haskell.

1) Determinar N natural tal que $N = a^{\alpha}.b^{\beta}.c^{\gamma}$ con a, b y c números primos y sabiendo que el número de divisores de N es 48, a<b<c, el máximo común divisor entre N y 63 es 9 y que el mínimo común múltiplo entre N y 3360 es 30240.

2) Demostrar que $2n(3n+1)+3^{2n}+7=\dot{4}$

3) Sea $\sum_{i=1}^{n}\left[4+(a-2)i\right]=4n(b+n)$

i) Calcular a y b para que la igualdad se cumpla para n=1 y n=2

ii) Con los valores de a y b hallados, demostrar que la igualdad se cumple $\forall n \in \mathbb{N},\quad n \geq 1$

4) Determinar a, b y r naturales sabiendo que el m(a,b)=18900, a tiene 27 divisores y que b dividido a da cociente 2 y resto r.

$$\begin{array}{c|c} b & a \\ \hline r & 2 \end{array}$$

5) Demuestre, por Inducción Completa, que la suma de los cubos de tres enteros consecutivos es divisible entre 9. (Liu, segunda edición, página 100)

6) Encuentre y demuestre, por Inducción Completa, una fórmula general que surja de la observación de que:

$$\begin{aligned} 1^3 &= 1 \\ 2^3 &= 3+5 \\ 3^3 &= 7+9+11 \\ 4^3 &= 13+15+17+19 \end{aligned}$$

(Liu, segunda edición, página 100)

7) Si escribimos todos los números naturales, del 1 a un millón, ¿cuántas veces habremos escrito el dígito 9? (Liu, segunda edición, página 100)

8) Encuentre el número natural n más pequeño tal que el producto 1260.n sea un cubo perfecto. (Grimaldi, pag 237).

9) Para cualquier $n \in \mathbb{N}$ demostrar que $\dfrac{n^7}{7}+\dfrac{n^3}{3}+\dfrac{11n}{21}$ es un entero. (Grimaldi, pag242).

10) Calcular el número de divisores de $12!$

11) ¿Existen x, y z enteros tales que $6x+9y+15z = 107$? (Grimaldi pag. 214 ejemplo 4.20)

12) Definir en Haskell la función "polvorita" que dado un natural, haga lo siguiente:
Si es par mayor que 51, devuelve 2; si es par menor que 51 devuelve 0; si es impar menor que 68 devuelve "menor" y en caso contrario devuelve "mayor", con la única excepción del número 1492 en cuyo caso la respuesta es "América Latina Unida"

13) Los siguientes cálculos indican que es posible escribir , los enteros 14, 15,y 16 sin importar el orden, usando como sumandos únicamente los números 3 y 8.

$$14 = 3 + 3 + 8$$
$$15 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$$
$$16 = 8 + 8$$

a) Demostrar por inducción completa que cualquier número natural mayor que 14 se puede escribir utilizando únicamente treses y ochos.

b) Definir una función en Haskell llamada "trocho" tal que al introducir cualquier número natural mayor que 14 nos indique la cantidad de números 3 y 8 que necesitamos para formar dicho número. Por ejemplo, trocho 67 = 17 2 porque $17*3+2*8 = 67$
La salida puede ser de la forma 17 2 o (17,2) o cualquier otro formato que el usuario prefiera.

14) Dada una lista de nombres y telefonos, definir una función telefunken en Haskell que nos indique el telefono de una persona, si es que existe, o que nos indique que dicha persona no tiene telefono. Definir tambien la función telenuevo que nos permita agregar el telefono de esta persona y verificar luego con la función telefunken que ahora si tiene telefono.

15) Definir una función en Haskell que haga lo siguiente: dada una función cuadrática ax^2+bx+c y un intervalo cerrado $[d,e]$ nos indique el mínimo de dicha función en el intervalo cerrado.
El mínimo puede ocurrir en los extremos del intervalo, d o e, o en el mínimo relativo $-b/2a$.

16) Definir una función en Haskell que nos indique el término n-simo, cualquiera, de la siguiente sucesión: el primer termino es 1, el segundo es 1 y cualquier otro se obtiene sumando los 2 anteriores. Por ejemplo, queremos calcular el término 87.