El parcial es sin material a la vista. Se puede tener sólo una hoja con anotaciones y fórmulas.

Temas : Bolillas 1 y 2: Matrices, determinantes y Sucesiones.

1) Sea $A = \begin{pmatrix} a & 1 & a \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & a^2 \end{pmatrix}$. Calcular a real para que la matriz A no sea invertible.

2) Resolver el sistema de ecuaciones : $\begin{cases} x+y+z=2 \\ x-y-5z=0 \\ 2x+y-z=3 \end{cases}$

3) Calcular $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{2009}$

4) a) Resolver la ecuación en diferencias $\boxed{a_{n+2}+2a_{n+1}+a_n=n}$ con las condiciones iniciales: $\boxed{a_0=1 \quad y \quad a_1=2}$

b) Con una computadora común, como las que tenemos en el INET, ¿ se puede calcular a_{100} usando Haskell ? ¿Que sucede habitualmente?

c) Calcular a_{100} .

5) Sea la sucesión definida por $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = \dfrac{-1}{2+a_{n-1}} \end{cases}$

i) Calcular los primeros términos y deducir de ello a_n en función de n .
Probarlo por Inducción Completa.

ii) Probar que $\forall n,\ n \in \mathbb{N},\ n>1$ se cumple que $-1 < a_n < 0$

iii) Investigar la monotonía de la sucesión y deducir si tiene o no límite.
En caso afirmativo, calcularlo.

Soluciones:

1)a) $\det A = -a(a+3)(a-1)$

A será invertible sii su determinante no es cero. Entonces a tiene que ser distinto de 0, -3 o 1.

2) Es un sistema compatible indeterminado SCI.

$S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3,\ \ (x, y, z) = (1+2\lambda,\ 1-3\lambda,\ \lambda)\right\}$

3) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{2009} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

4) $a_n = \dfrac{5.(-1)^n - 13n(-1)^n + n - 1}{4}$ $\qquad a_{100} = -299$

5) $a_n = \dfrac{-2n+3}{2n-1}$