EXAMEN 6toE-MATEMÁTICA "B" 1ªPRUEBA 3/ 7/07 LICEO Nº3 NOCTURNO.
TRIBUNAL :

1) a)Se consideran las matrices : $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

i)Hallar (si existe) A^{-1}

ii)Se considera la ecuación matricial: AX=B de incógnita X. Establecer si el siguiente procedimiento para despejar X es correcto, **<u>indicar las propiedades empleadas</u>** y en caso de haber errores, corregirlos fundamentando :

$$AX = B \Leftrightarrow A^{-1}(AX) = B.A^{-1} \Leftrightarrow (A.A^{-1}).X = B.A^{-1} \Leftrightarrow X.I = B.A^{-1} \Leftrightarrow X = B.A^{-1}$$

iii) Calcular X

iv) Dar la solución del sistema : $\begin{cases} x - 2y = -2 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases}$

<u>sin realizar ninguna operación</u> (se sugiere relacionar con partes anteriores).

b) Sea $A_{mxm} = (a_{ij}) \, / \, a_{ih} = a_{ik} \quad \forall i / 1 \le i \le m$

Demostrar que det(A)=0

2) a) Sabiendo que : $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{vmatrix} = 3$, calcular sin desarrollar,

mencionando las propiedades empleadas :

i) $\begin{vmatrix} c & a & b \\ c' & a' & b' \\ c'' & a'' & b'' \end{vmatrix} =$ ii) $\begin{vmatrix} 2a & 4b & 2c \\ a' & 2b' & c' \\ a'' & 2b'' & c'' \end{vmatrix} =$ iii) $\begin{vmatrix} a & b & ka \\ a' & b' & ka' \\ a'' & b'' & ka'' \end{vmatrix} =$

b) Se considera el sistema de ecuaciones :

$$\begin{cases} (a^3 - 4a).x + (2a+4).y = a+2 \\ (-a^2 + 2a).x - 2ay = a - 2 \end{cases}$$

i) Hallar todos los valores de a para los cuales el sistema **<u>no es</u>** compatible y determinado.

ii)<u>Para los valores de a hallados en a) , resolver el sistema</u>.
En caso de calcular determinantes, mencionar todas las propiedades empleadas.

6to E "B" 3/7/07 1era p RESOLUCIÓN

(1) a) i) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2/5 & 1/5 \\ -3/10 & 1/10 \end{pmatrix}$

ii) $AX = B \overset{\exists A^{-1}}{\longleftrightarrow} A^{-1}(AX) = A^{-1}B \overset{asoc}{\longleftrightarrow} (A^{-1}A)X = A^{-1}B \overset{\exists\, neutro}{\longleftrightarrow} IX = A^{-1}B$

(no se cumple conm. producto) $\longleftrightarrow \boxed{X = A^{-1}B}$

iii) $\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} = B$ iv) $S = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1/2 \end{pmatrix} \right\}$, $AX = B$ representa el sistema dado

$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{10} & \frac{1}{10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1/2 \end{pmatrix} = X$

b) $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1h} & \cdots & a_{1k} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & \cdots & a_{2h} & \cdots & a_{2k} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & & & & & & \\ a_{m1} & \cdots & a_{mh} & \cdots & a_{mk} & \cdots & a_{mm} \end{pmatrix}$ Sea B la matriz que se obtiene intercambiando columnas "h" y "k" de la matriz A

por (H) $A = B \longrightarrow \det(A) = \det(B)$

por prop $\det(A) = -\det(B)$

$2\det(A) = 0 \longrightarrow \boxed{\det(A) = 0}$

(2) a) i) $\begin{vmatrix} c & a & b \\ c' & a' & b' \\ c'' & a'' & b'' \end{vmatrix} \overset{prop}{=} - \begin{vmatrix} a & c & b \\ a' & c' & b' \\ a'' & c'' & b'' \end{vmatrix} \overset{prop}{=} \begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{vmatrix} = \boxed{3}$

(al intercambiar columnas el det queda opuesto del dado)

ii) $\begin{vmatrix} 2a & 4b & 2c \\ a' & 2b' & c' \\ a'' & 2b'' & c'' \end{vmatrix} \overset{Homog.}{=} 4 \begin{vmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \\ a'' & b'' & c'' \end{vmatrix} = 4.3 = 12$

iii) $\begin{vmatrix} a & b & ka \\ a' & b' & ka' \\ a'' & b'' & ka'' \end{vmatrix} \overset{(Homog)}{=} k \begin{vmatrix} a & b & a \\ a' & b' & a' \\ a'' & b'' & a'' \end{vmatrix} \overset{prop\ 1a)}{=} k.0 = 0$

b)

i) $\begin{vmatrix} a(a+2)(a-2) & 2(a+2) \\ -a(a-2) & -2a \end{vmatrix} \overset{\text{Homog}}{=} -2a(a+2)(a-2) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & +a \end{vmatrix} =$

$= -2a(a+2)(a-2)(a-1)$

$\longrightarrow$ S no CD $\longleftrightarrow$ $a=0$ ó $a=1$ ó $a=2$ ó $a=-2$

ii) $a=0$ $\quad 0x+4y=2$ $\quad$ SI $\qquad$ $a=1$ $\quad -3x+6y=3$ $\quad$ SCI

$0x+0y=-2$ $\qquad\qquad x-2y=-1$

raíces $(2y-1, y)$

$a=2$ $\quad 0x+8y=4 \rightarrow y=1/2$ $\quad$ SI

$0x-4y=0 \rightarrow y=0$

$a=-2$ $\quad 0x+0y=0$ $\qquad$ SCI

$-8x+4y=-4 \leftrightarrow -2x+y=-1$ $\quad$ raíces $(x, 2x-1)$