FICHA	2	NOMBRE ………………………	FUNCIONES EXPONENCIAL Y LOGARÍTMICA TRANSFORMACIONES ABACOS Prof : Sergio Weinberger	**MATEMÁTICA A**
	1 P	6º I 2008		Liceo: Nº3 NOCT.

1) Resolver :

a) $144^{x} = 2\sqrt{3}$ b) $\left(\frac{5}{3}\right)^{x^2-3x} = \left(\frac{3}{5}\right)^{2x-2}$ c) $2^{2x} - 6.2^{x} = 16$

d) $2^{3x} - 8.2^{2x} - 4.2^{x} + 32 = 0$

2) Resolver :

a) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x+3} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^{4x-1}$ b) $\left(\frac{3}{2}\right)^{5x+1} > \left(\frac{3}{2}\right)^{x^2+x+4}$

El número e

*"El número **e** que suele presentarse como el límite de la sucesión (a_n) ; $a_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ con $n \in \mathcal{N}$, cuando " n tiende a infinito ", es uno de los números más importantes de las matemáticas.*

e ≈ 2,718281828...

El número e es el factorial de un número:

¿Quieres calcular el valor del enorme 87!? Resulta, pues que aproximadamente 87! $\approx \sqrt{2\pi}\sqrt{87}.87^{87}.e^{-87}$.

En general $n! \approx \sqrt{2\,\pi\,n}\,.\,n^n.e^{-n}$ y la aproximación es tanto mejor cuanto mayor es el valor de n.

El número e y el cable eléctrico:

Observa la curva que forma un cable de tendido eléctrico entre dos postes consecutivo. Parece un arco de parábola, pero no lo es. Su ecuación viene determinada por la función f : f(x)= e^x+e^{-x}, *esta curva recibe el nombre catenaria.*

Extraído de Matemática 2 - M.Guzmán, J.Cólera

3). Resolver :

$\text{i) } e^{x+2} < 1 \quad \text{ii) } e^{|x+2|} > 2 \quad \text{iii) } e^{2.(x+2)} - e^{3.(x+3)} = 0$

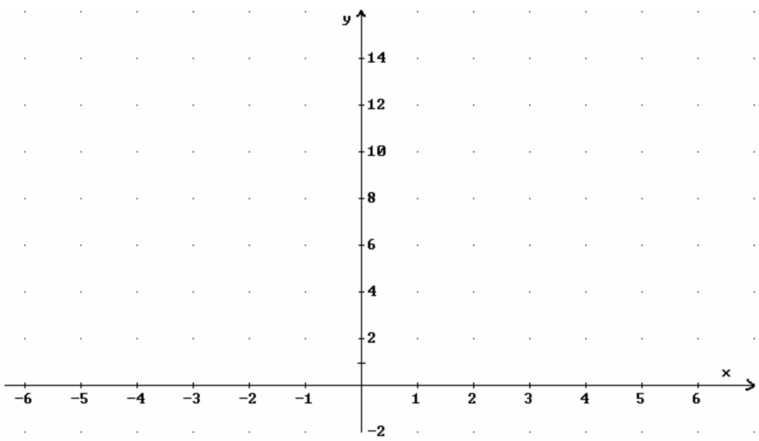
$\text{iv) } e^{2x} - 4.e^{x} < -3 \qquad \text{v) } e^{\frac{2}{x-1}} - 3.e^{\frac{1}{x-1}} + 2 = 0$

4) Estudiar el dominio, signo y gráfica de

$f \,/\, f(x) = e^{x}$.

D(f) =.........

sg(f) ⟶



En general:

$\boxed{f \,/\, f(x) = e^{u(x)}}$

D(f) =..........................

sg(f) ⟶

$u(x) \to ..$	$e^{u(x)} \to ....$
0	
$+\infty$	
$-\infty$	
1	

5) Estudiar dominio, signo y bosquejo gráfico (teniendo en cuenta los límites dados en la página 8)

$\text{a) } f \,/\, f(x) = e^{\frac{x-1}{x+2}} \qquad \text{b) } f \,/\, f(x) = x.(x-1)^{2}.e^{\frac{x+2}{x}}$

$\text{c) } f \,/\, f(x) = \dfrac{x^{2}-x-6}{x-1}.e^{\frac{1}{x}} \qquad \text{d) } f \,/\, f(x) = e^{4x-1}.\sqrt{x+2}$

$\text{e) } f \,/\, f(x) = \dfrac{x^{2}+x}{x^{2}-1}\, e^{\frac{1}{x-3}}$

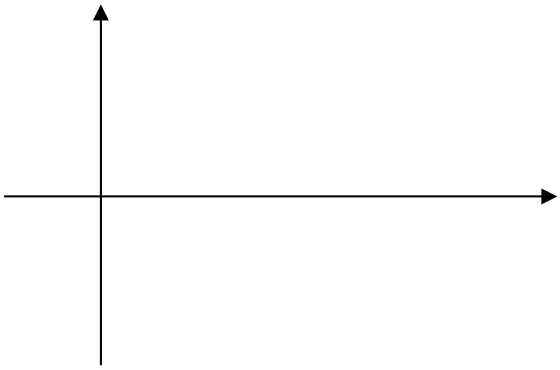
6) a) Sea a∈ℜ, a>1. Probar : $\text{i) } \operatorname{sig}(a^{x}-1) = \operatorname{sig}(x) \quad \text{ii) } \operatorname{sig}(a^{x}-a^{y}) = \operatorname{sig}(x-y)$

b) Investigar relaciones similares a las de a) en el caso 0<a<1

c) Resolver : $\text{i) } 2^{x+2} - 1 \le 0 \qquad \text{ii) } \dfrac{\left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{2x+3}{x}} - \frac{1}{e^{2}}}{5^{x+2}-1} \le 0 \quad \text{iii) } \dfrac{e^{2x}+e^{x}-6}{e^{x}-1} > 0$

7) Estudiar el dominio, signo y gráfica de
$f \,/\, f(x) = Lx$.

$D(Lx) =$.........



$sg(Lx)$

compara con:

$sg(x-1)$

$$\boxed{sg(Lx) = \text{ sig}.................}$$

entonces:
si $x \neq 0$

En general:

$$\boxed{f \,/\, f(x) = L(u(x))}$$

$D(L(u(x)))$
$=$...........................

$sg(L(u(x))) =$ sig...........
con la condición :
$u(x)$....0

$u(x) \rightarrow$.......	$L(u(x)) \rightarrow$........
0	
0^+	
1	
$-\infty$	
$+\infty$	

8) Analizar la validez de las siguientes fórmulas:

$$\boxed{L(e^x) = x}$$

$$\boxed{e^{Lx} = x \quad \text{si } x > 0}$$

9) Resolver y verificar gráficamente.

i) $Lx = k \quad k \in \Re$

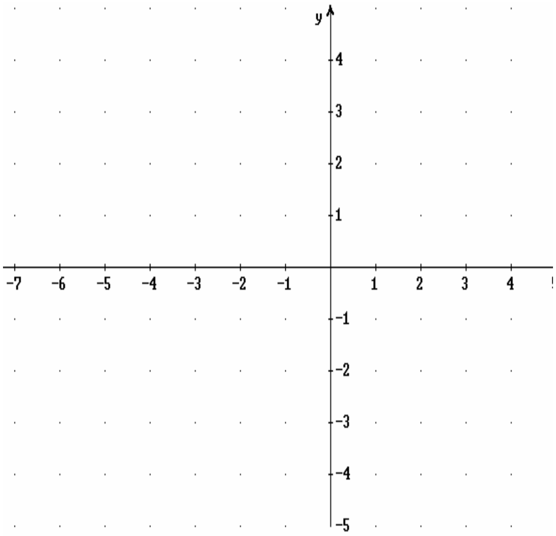
ii) $e^x = k \quad k \in \Re$

iii) $L^2(x-1) - L(x-1) = 6$

iv) $L|2x-3| < 2$

10) Repite el ejercicio **7**, pero ahora considerá

$$f / f(x) = L|x|$$



D $(L|x|)=$.........

sg $(L|x|)$ $\longrightarrow$

compara con:

sg $(x-1)(x+1)$ $\longrightarrow$

SI $x \neq 0$:
sg $(L|x|) =$ sg ....

En general, para:

$$f / f(x) = L|u(x)|$$

DOMINIO:

SIGNO :

11) Estudiar dominio, signo y esbozo gráfico de las siguientes funciones:

$a)\ f / f(x) = L(x+2)$ $\quad b)\ f / f(x) = L\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$ $\quad c)\ f / f(x) = L\left(\dfrac{3x-1}{x}\right)$

$d)\ f / f(x) = x.L|x-3|$ $\quad e)\ f / f(x) = \dfrac{2x+5}{x+2}.L|x-2|$ $\quad f)\ f / f(x) = \sqrt{x^2-1}.L(x+4)$

$g) f : f(x) = \dfrac{x^2}{x+3} L\left|\dfrac{2x-4}{x+1}\right|$

12) Resolver :

i) $Lx = k \ \ k \in \Re$ ii) $e^x = k \quad k \in \Re$ iii) $L^2(x-1) - L(x-1) = 6$

iv) $L|2x-3| < 2$ v) $\dfrac{(L|x|+4)(L|x|+1/2)}{L|x|} \geq 0$

13) a) $x, y \in R^*$ con $x^2 \neq y^2$, demostrar que :

$$L|x+y| + L|x| \leq L|x-y| + L|y| \quad \Leftrightarrow \quad x^2 + 2xy - y^2 \leq 0$$

b) Resolver en R : $L|3x+5| + L|x+1| \leq L|x+3| + L|2x+4|$

14) a) Sean $x, y \in R$, probar que : $e^{|x+y|} \leq e^{|x|-|y|} \Leftrightarrow y(x+y) \leq 0$

b) Resolver : $e^{|x^2-2x-3|} \leq e^{|x^2+x-3|-|x|}$

✎15) TRANSFORMACIONES GRÁFICAS(investigar con ejemplos y tener en cuenta el ej.7 de la ficha 1)

✍ Si a una función le hacemos la transformación "**f(x)** por **f(x)+k**" se produce una traslación en dirección.............................. y sentido hacia: $\begin{cases} \text{.................si } k > 0 \\ \text{.................si } k < 0 \end{cases}$

✍ Si a una función le hacemos la transformación "**f(x)** por **f(x+k)**" se produce una traslación en dirección.............................. y sentido hacia: $\begin{cases} \text{.................si } k > 0 \\ \text{.................si } k < 0 \end{cases}$

✍ Si a una función le hacemos la transformación "**f(x)** por **- f(x)**" se produce una simetría respecto del ....

✍ Si a una función le hacemos la transformación "**f(x)** por **f(-x)**" se produce una simetría respecto del ....

✍ Si a una función le hacemos la transformación "**f(x)** por $|$**f(x)**$|$ " se produce............... ....

✍ Si a una función le hacemos la transformación "**f(x)** por **f**$|$**x**$|$" se produce....

---

16 Graficar directamente, deducir de las gráficas los ceros y el signo de cada función. Si los ceros no surgen directamente , se pueden calcular aparte, resolviendo la ecuación: $f(x) = 0$.

1) $f / f(x) = L(x+1)$ 2) $f / f(x) = L|x-3|$ 3) $f / f(x) = e^x + 2$ 4) $f / f(x) = e^{x-2}$

5) $f / f(x) = Lx+1$ 6) $f / f(x) = e^{x+1} + 2$ 7) $f / f(x) = |x-3| - 2$ 8) $f / f(x) = L|x| - 2$

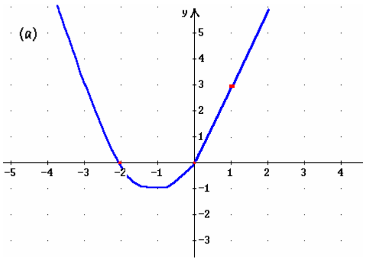
9) $f / f(x) = e^{x+2} - 3$ 10) $f / f(x) = e^{-x}$ 11) $f / f(x) = -Lx$ 12) $f / f(x) = e^{|x|}$

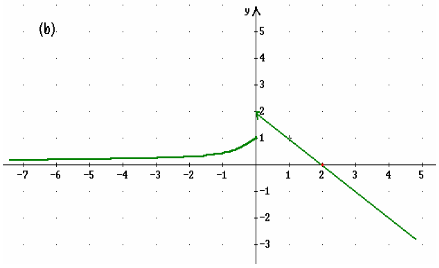
13) $f / f(x) = L(2-x)$ 14) $f / f(x) = e^{|x+1|} - 2$ 15) $f / f(x) = sen\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ 16) $f / f(x) = \cos x - \frac{1}{2}$

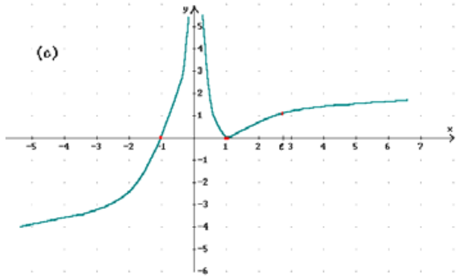
17) $f / f(x) = tg\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$

---

17 Definir funciones cuya representación gráfica sea la que se indica en cada caso:







18) Método de ábacos para el estudio del signo.

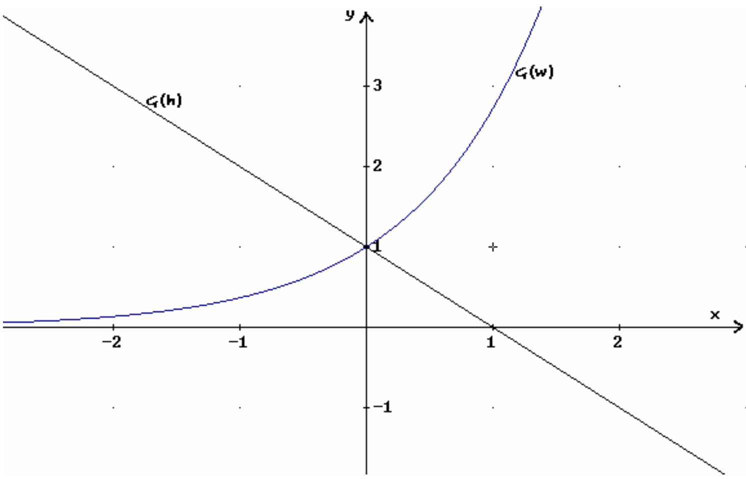
Sea la función $f \,/\, f(x) = e^x + x - 1$, le estudiaremos ceros y signos:

CEROS:

para hallar las raíces, resolvemos la ecuación: $e^x + x - 1 = 0$ **(A)** $\Leftrightarrow$

$$\underbrace{e^x}_{w(x)} - (\underbrace{-x+1}) = 0 \quad \textbf{(B)}$$

gráficamente:



¿Para qué valor de x se cumple w(x)=h(x)? Ese valor **x=0** es raíz de la ecuación **(B)** y por lo tanto de su equivalente **(A)**,dicho valor es por lo tanto cero de la función f, mirando las representaciones gráficas, deducimos que es la única raíz de f.

En este caso el valor de x en que se produce el corte de las gráficas se descubre inmediatamente, si esto no fuese así, podríamos elaborar una tabla de valores para w(x) y h(x) y con aproximaciones sucesivas, obtendríamos la raíz, con el error que se desee.

SIGNO:

Observamos que para valores de

- **x>0** , w(x)>h(x) y entonces: f(x)=w(x)-h(x) es ....
- **x<0** , w(x)<h(x) y entonces: f(x)=w(x)-h(x) es ....

Entonces

sg $(f(x))$:

19) Estudiar dominio, ceros y signo de las siguientes funciones:

1) $f \,/\, f(x) = Lx + x - 1$ 2) $f \,/\, f(x) = Lx - x + 2$ 3) $f \,/\, f(x) = e^x - Lx$ 4) $f \,/\, f(x) = |x+3| - e^x$

5) $f \,/\, f(x) = L|x-1| - x$ 6) $f \,/\, f(x) = senx - \cos x$