"EXAMEN 6toE MATEMÁTICA "A" 1era PRUEBA LICEO Nº3N
TRIBUNAL: Camargo, Valenzuela, Weinberger, Yacoel 29/12/05

1) a) Verdadero o Falso? . Fundamentar.
(si V:demostrar, si F:contraejemplo)

i) si $x \in R \Rightarrow |-3x-1| = 3x+1$

ii) si $x \in R$, $x<-2 \Rightarrow \left|\dfrac{(3x+6).e^{-x}}{x+1}\right| = -\dfrac{3x+6}{|x+1|.e^{x}}$

b) Hallar cotas, máximo, mínimo y extremos en :

A= $\{x \in R / |5x-3| \leq 1\}$, **B=** $\left\{x \in R / \dfrac{\sqrt{x+3}}{x-1} \geq 0\right\}$

c) Demostrar que : i) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{1-2x}{5} = 1$, ii) $\lim\limits_{x \to +\infty} (2x+3) = +\infty$

2) a) Sea f :f(x) = $\dfrac{x^2+3x-4}{x^2-x}$; se sabe :

$x \to$	$f(x) \to$
1	**5**
$0^{\pm}$	$\pm\infty$
$\pm\infty$	**1**

i) Estudiar dominio, signo y bosquejo gráfico de f.

ii) Sea g:g (x) = $\begin{cases} f(x) & \text{si } x \leq 1 \\ |x-3| & \text{si } x > 1 \end{cases}$

1) Bosquejo gráfico de g
2) ¿Existe el $\lim\limits_{x\to 1} g(x)$? ¿y el $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$?
Justificar respuestas.

b) Graficar h:h(x)= $|x^2-3x| - x + 3$

3) <u>(LIBRES):</u>

a) Demostrar que :

i) si $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} f(x) = \alpha \\ \lim\limits_{x\to a} g(x) = \beta \end{array}\right\} \to \lim\limits_{x\to a}[2f(x)+3g(x)] = 2\alpha+\beta$

ii) si $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty \\ \lim\limits_{x\to a} g(x) = +\infty \end{array}\right\} \to \lim 2.f(x).g(x) = +\infty$

b) EAyRG (sin derivadas) de f : f (x) = L |x-1| - x

EXAMEN 6toE-MATEMÁTICA 1ªPRUEBA 23/2/06 LICEO Nº3 NOCTURNO.
TRIBUNAL : Camargo, Schimid, Weinberger.

1) **a)** ¿Verdadero o Falso?. Fundamentar.(si V:justificar,siF:contraejemplo)

i) si $x \in R \rightarrow |3x-2| = 3x+2$

ii) si $x \in R \rightarrow \sqrt{x^2}.|x+5| = |x.(x+5)|$

iii) si $A=\{ x \in R \, / \, x=\left(1+\frac{1}{n+2}\right)^{n+2}, n \in N \} \rightarrow$ 3 es cota superior de A

iv) si $B=\{ x \in R \, / \, \frac{|x-2|-1}{\sqrt{x+1}} \geq 0 \} \rightarrow -1$ es <u>ext</u>(B)

b) Sea f : $f(x)= \frac{\sqrt{x.(x-1)^2}}{x^2-3x+2}$

i) Estudiar dominio y signo de f

ii) Conociendo los límites de f, según la tabla adjunta,efectuar un esbozo gráfico de f.

iii) ¿Existe el lím f(x)? ¿ y el lím f (x) ?
Justificar respuestas.

$x \rightarrow$	$f(x) \rightarrow$
$\pm\infty$	0
1^-	1
1^+	-1
$2^{\mp}$	$\mp\infty$

2) **a)** Demostrar, aplicando las definiciones de límite :

i) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{9-2x}{3} = 1$ **ii)** $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x-1} = +\infty$

b) Graficar y estudiar signo a : f : $f(x) = |x^2+x| -4x-4$

EXAMEN 6to E-MATEMÁTICA 2ª PRUEBA 24/2/06 LICEO Nº3 NOCTURNO.
TRIBUNAL : Camargo, Schimid, Weinberger.

1) a) EAyRG de f : f (x) = $x.e^{\frac{4}{x+1}}$ sin f ''.

Se calculará el $\lim_{x\to -1^-} f'(x)$, interpretándolo gráficamente.

Escribir un posible signo de f '' (x) coherente con el estudio hecho.

b) Verdadero o Falso?. Fundamentar.(siV:demostrar,siF:contraejemplo)

i) $\left.\begin{array}{l}\text{si } g \text{ es continua en } [a,b] \\ g(a).g(b) < 0\end{array}\right\} \Rightarrow \exists$ **único** $c \in (a,b)$ / $g(c)=0$

ii) si $\lim_{x\to -1} \frac{h(x)-h(-1)}{x+1} = 0 \Rightarrow$ h tiene un máx. o un mín relativo en –1

iii) $\left.\begin{array}{l}\text{si } u \text{ en } a \\ u'(a) \neq 0\end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{x\to a} \frac{u(x)-u(a)}{x-a} = \alpha \in \Re^+$

2) a) Sea f : f (x) = $(x+1).L\left|\frac{x+1}{e}\right|$

i) Demostrar que f ' (x) = L| x+1 |
ii) Calcular, aplicando la definición de derivada, f ''(a)
iii) EA y RG de f

b) Verdadero o Falso?. Fundamentar.

i) si $\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^+} f(x) \Rightarrow$ f es continua en -1

ii) si g:g (x) = $\sqrt[3]{x-2}$ $\Rightarrow$ g es continua y derivable en 2.

EXAMEN 6toE. MAT"A" 1eraPrueba 11/7/06 LICEONº3NOCT.
Tribunal: Olivera, Sahajdak, Tenenbaum Weinberger

1) a)Verdadero o Falso?. Fundamentar respuesta.

i) si $x \in \Re$, $x<3 \Rightarrow |2x-8| = -2x+8$

ii) si $x \in \Re \Rightarrow \left|\frac{e^{x-3}.(x+1)}{3}\right| = \frac{e^{x-3}}{3}.|-x-1|$

b) Sea f : f (x) = $\frac{x^2+x}{x+1}\, e^{\frac{2x+2}{x-3}}$

x→	f(x)→
$-1^{\pm}$	-1
3^-	0
3^+	$+\infty$
$\pm\infty$	$\pm\infty$

i) Estudiar dominio y signo de f
ii) Con los límites dados, graficar f
iii) ¿Existe el $\text{lím}_{x\to-1} f(x)$?
¿ y el $\text{lím}_{x\to3} f(x)$?
Justificar respuestas.

2) a) Demostrar, aplicando la definición de límite :

$$\text{lím}_{x\to3} \frac{9-x}{2} = 3$$

b) i) Graficar la función : f : f (x) = $|x^2+2x-3| - x^2 - 3$

ii) Determinar cotas, máximo, mínimo y extremos en los conjuntos:

A= $\{ x\in\Re / \ |x^2+2x-3| - x^2 - 3 \le 0 \}$

B= $\{ x\in\Re \ / \frac{\sqrt{x^2(x+2)}}{x^2-3x} \le 0 \}$

c) Verdadero o Falso?. Fundamentar respuestas:

i) si m es mín(A) $\Rightarrow$ m es $\underline{\text{ext}}(A)$
ii) si m es $\underline{\text{ext}}(A) \Rightarrow$ m es mín(A)
iii)

3)(LIBRES)

a) Sabiendo que: $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -2$, $\lim\limits_{x\to a} g(x) = 3$,

demostrar, aplicando la definición de límite finito :

i) $\exists\, E^*(a,\delta)$ / si $x\in E^*(a,\delta) \Rightarrow f(x) < 0$

ii) $\lim\limits_{x\to a} (f(x) + g(x)) = 1$

b) Estudiar dominio, signo, calcular límites y graficar :

$$f : f(x)=\frac{\left|x^2-5x\right|}{x^2-25}$$

3) (LIBRES) Sea $f : f(x) = \dfrac{2x+2}{x} e^{\frac{x+1}{x}}$

a) EAyRG de f.

b) ¿Verdadero o Falso?. (Si V: demostrar, si F:contraejemplo)

i) si $\exists$ y es finito el $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{u(x) - u(a)}{x-a} \Rightarrow (3u)'(a)=3.u'(a)$

ii) si $\exists$ y es finito el $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{u(x) - u(a)}{x-a}= -5 \Rightarrow u\downarrow$ en a

EXAMEN 6toE. MAT"A" 2daPrueba 12/7/06 LICEONº3NOCT.
Tribunal: Olivera, Sahajdak, Tenenbaum Weinberger

1) a) Sea u:u(x)= e^{-x}. Calcular u'(a), aplicando definición.
(Recordar que $e^{\alpha} - e^{\beta} = e^{\beta}.(e^{\alpha-\beta} - 1)$)

b) **Sea f : f (x) =** $\dfrac{x^2 - 3x - 3}{e^x} + 1$

i) Demostrar que f tiene una raíz en (0,5).
ii) EAyRG de f (sin f '')
Escribir un signo de f '' coherente con el estudio hecho.

c) Verdadero o falso?. Fundamentar.

i) $\left.\begin{array}{l} \text{si } \exists \text{ y es finito el } \lim\limits_{x \to a} \dfrac{u(x) - u(a)}{x - a} \\ \text{u tiene un mínimo relativo en a} \end{array}\right\} \Rightarrow u'(a)=0$

ii) $\left.\begin{array}{l} \text{Si g es derivable en } [a,b] \\ \text{a y b son raíces de g} \end{array}\right\} \Rightarrow \exists c \in (a,b) \,/\, g'(c)=0$

2) Sean f : f (x) = $L|x^2-1| - \dfrac{1}{x-1}$

a) EAyRG de f

b) Se considera la función g : g (x) = $\begin{cases} f(x) & \text{si } x < 0 \\ |x-2| - 1 & \text{si } 0 \le x \le 4 \\ L(x-4) & \text{si } x > 4 \end{cases}$

i) Estudiar continuidad y derivabilidad de f en 0, y 4.
ii) Graficar f.

c) ¿Verdadero o Falso?. (Si V: demostrar, si F:contraejemplo)

i) $\left.\begin{array}{l} \text{Si f(x) y g(x) son infinitos para } x \to +\infty \\ \text{ord(f(x))<ord(g(x))} \end{array}\right\} \Rightarrow f(x) - g(x) \underset{x \to +\infty}{\sim} -g(x)$

ii) si h no es derivable en 0 $\Rightarrow \nexists \lim\limits_{x \to 0} h(x)$