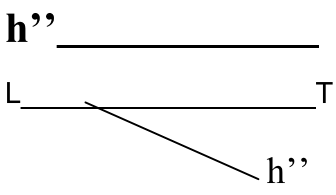
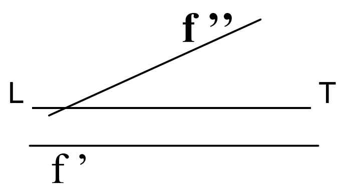
ELEMENTOS DE GEOMETRÍA DESCRIPTIVA – CURSO 2006

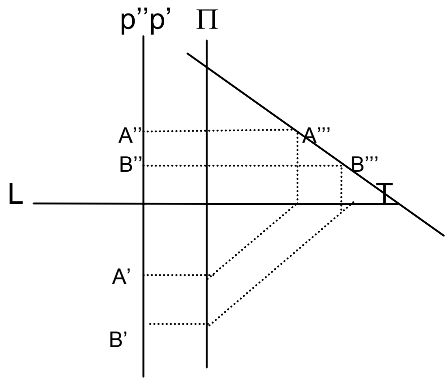
Prof.Sergio Weinberger

RECTAS PARTICULARES:

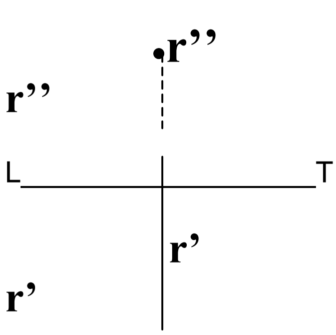
Horizontal: h // PH	Frontal : f // PV	De perfil : $p \subset \Pi \perp LT$

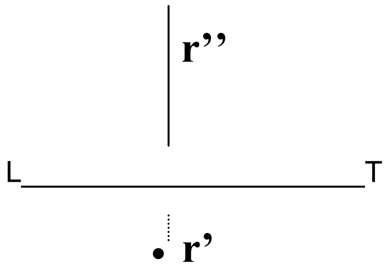


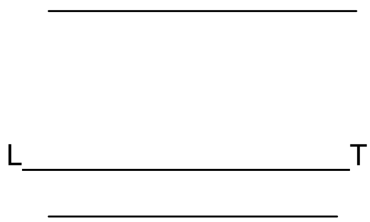




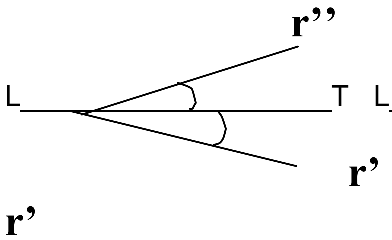
De fuga : $r \perp PV$	Vertical : $v \perp PH$	Paralela a LT.

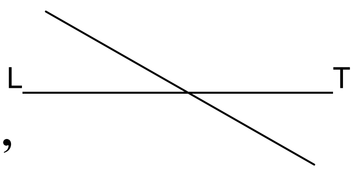


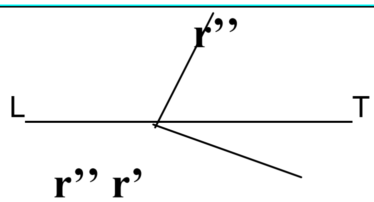




Incluída en B_1	Incluída en B_2	Secante con LT







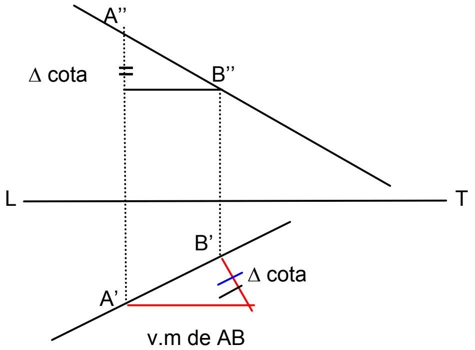
"VERDADERA MAGNITUD":

Casos particulares : si AB // PH $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{A'B'}$

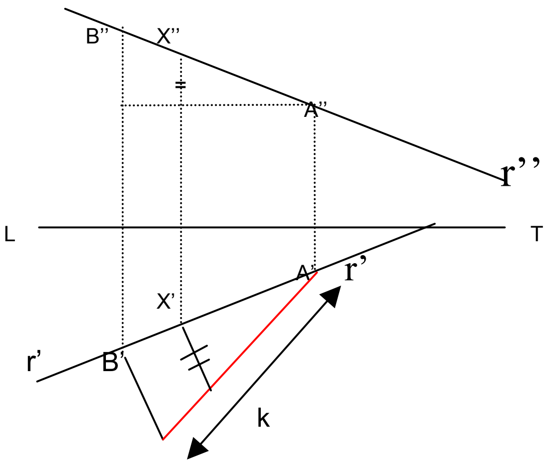
si AB // PV $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{A''B''}$

si AB // Π ⊥ LT $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{A'''B'''}$

En general:

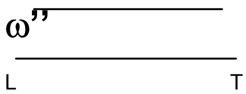


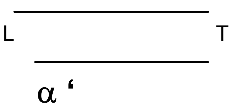
Problema inverso: Dada r, y A∈r, hallar B ∈r / d (A,B) = k dada.

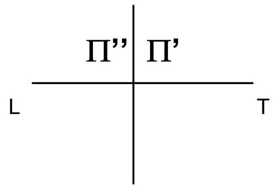


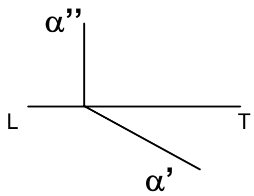
PLANOS PARTICULARES:

HORIZONTAL : ω // PH	FRONTAL : α // PV	DE PERFIL : Π ⊥ LT	PROYECTANTE HORIZONTAL : α ⊥ PH

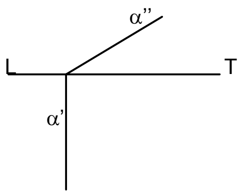


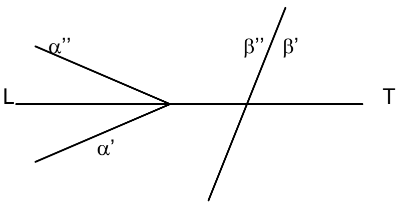


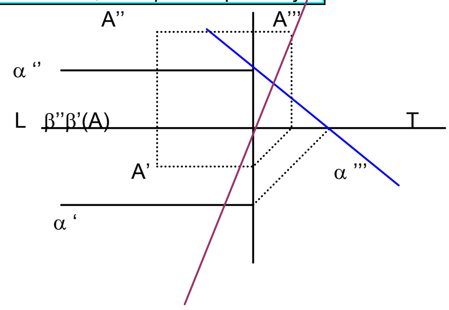




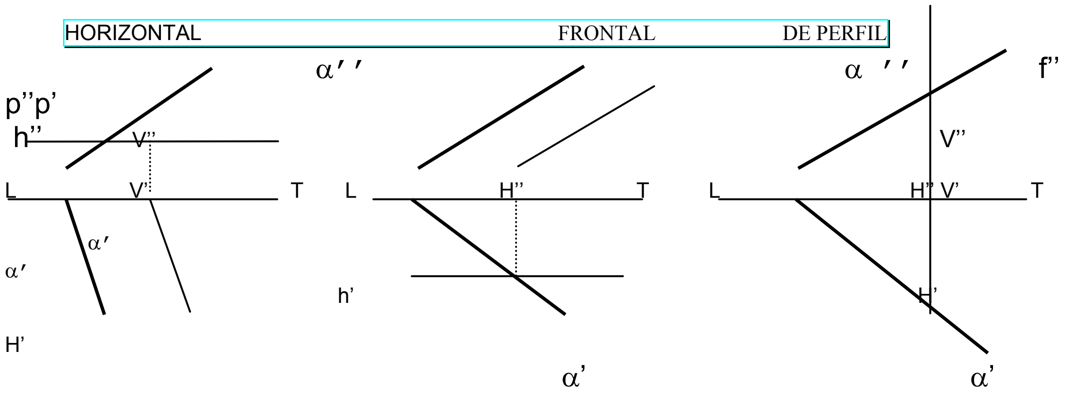
PROYECTANTE VERTICAL : α ⊥ PV	$\alpha \perp B_1$	$\beta \perp B_2$	α // LT, β dado por LT y A

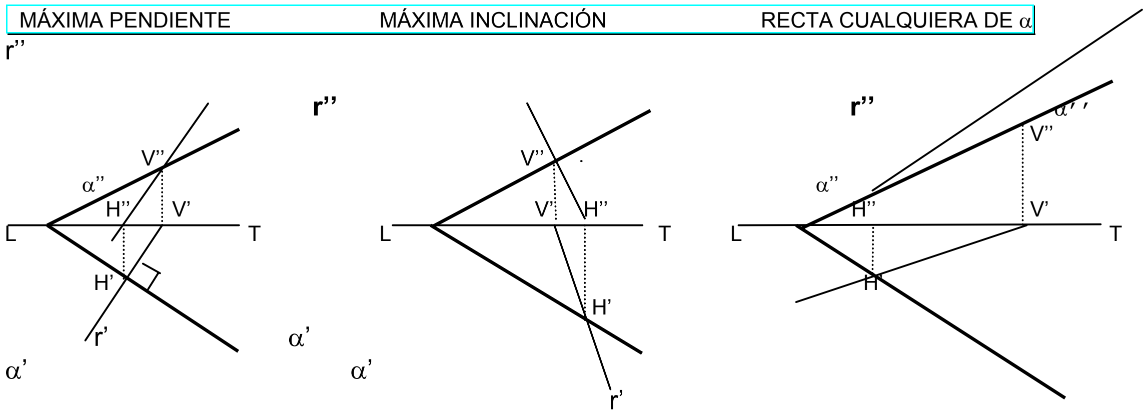






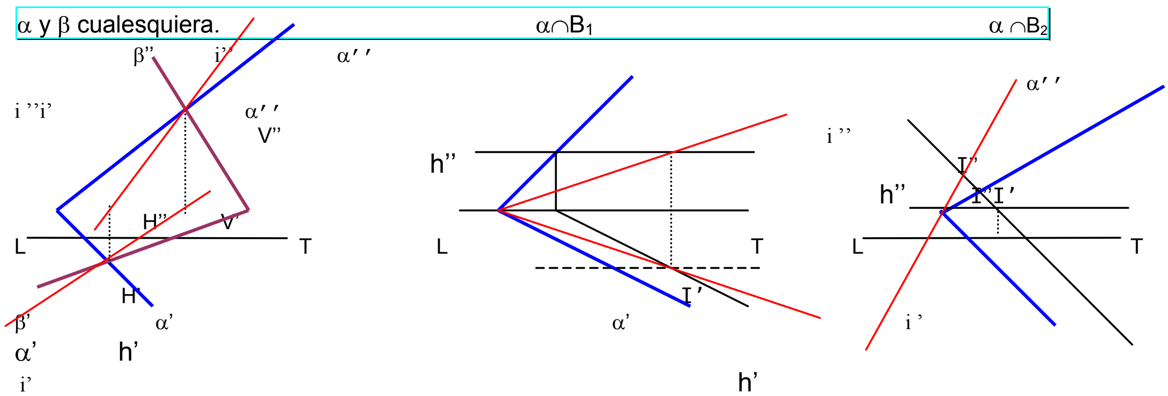
RECTAS DE UN PLANO



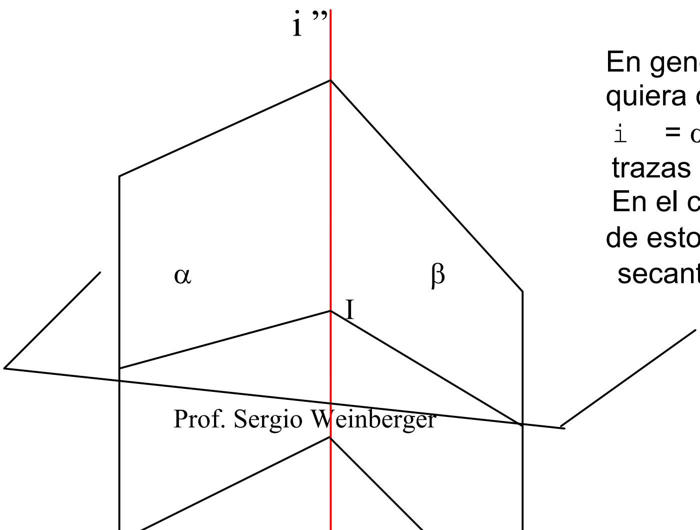


INTERSECCIONES:

DE PLANOS :



MÉTODO GENERAL:



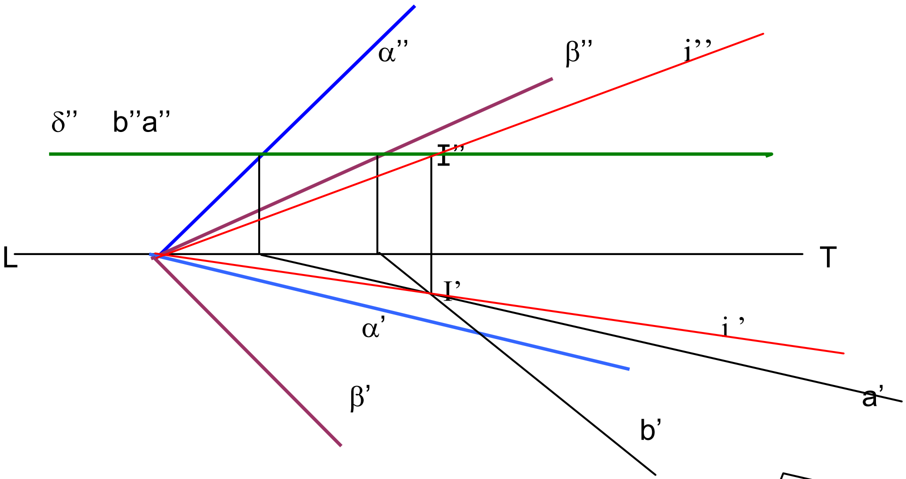
En general, como se vió para dos planos cualesquiera dados por sus trazas, determinamos la recta i = α ∩ β con los puntos H y V , cortes de las trazas de ambos planos.
En el caso en que no sea posible obtener alguno de estos puntos, puede **tomarse un plano auxiliar** δ secante con ambos planos y luego :

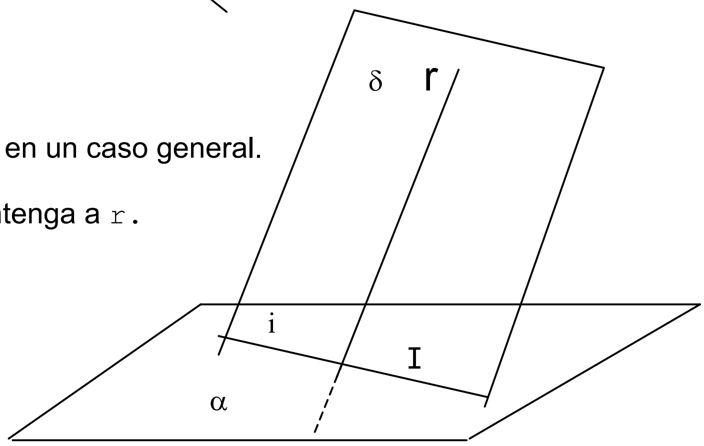
1) $\alpha \cap \delta = a \quad \beta \cap \delta = b$

a b δ **2) a∩b = {I} / I∈α∩β**

Si necesitáramos otro punto de α∩β, cortaríamos con otro plano auxiliar.

<u>EJEMPLO:</u> Determinar la intersección de dos planos α y β que cortan a LT en un mismo punto.
En este caso tenemos un punto evidente de la intersección que es $\alpha_0 \equiv \beta_0$.
Tomamos como plano auxiliar, un δ // PH y seguimos el procedimiento señalado.

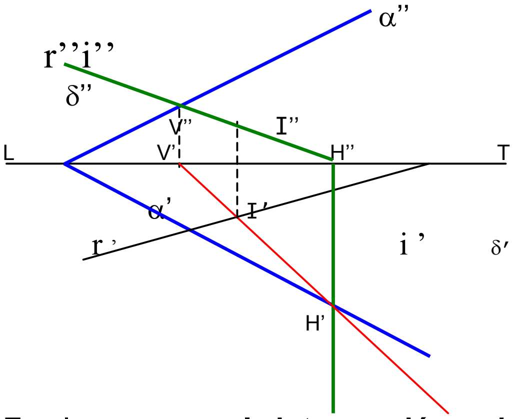




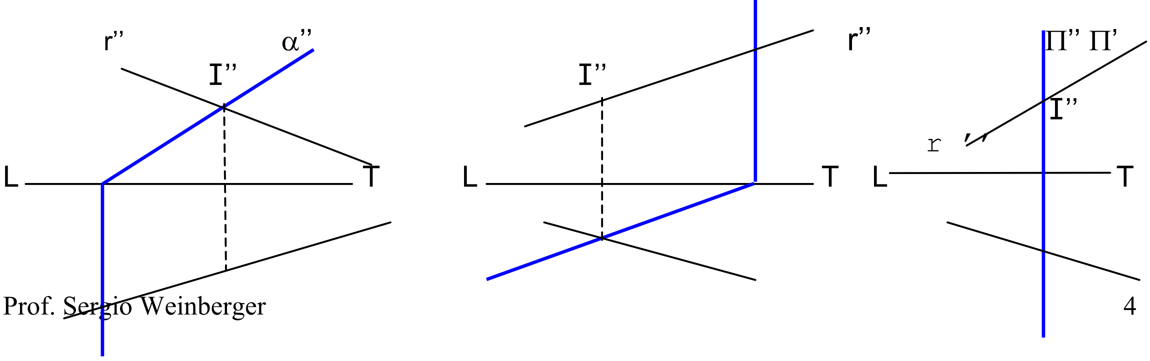
<u>INTERSECCIÓN RECTA-PLANO:</u>

<u>MÉTODO GENERAL:</u> Hallaremos r ∩ α, en un caso general.

1) Tomamos un plano auxiliar δ que contenga a r.
2) Hallamos α ∩ δ = i
3) Determinamos r ∩ i = {I}= α ∩ β



En algunos casos **la intersección es inmediata**:



α' I' α' I'
I'
r' r'
r'

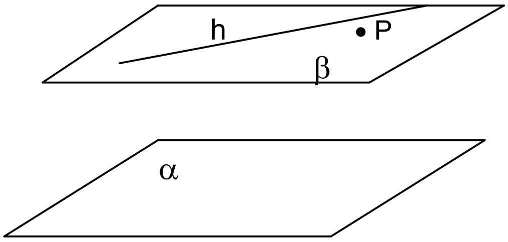
PARALELISMO:

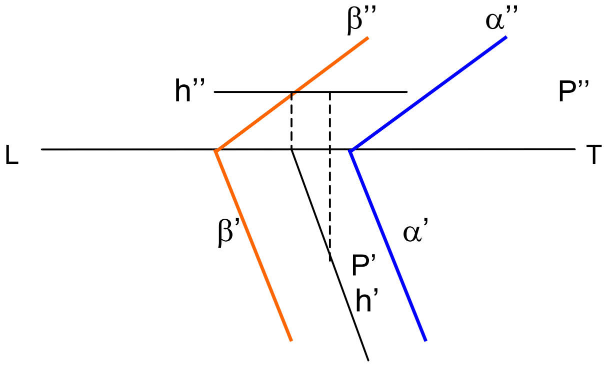
ENTRE RECTAS: Rectas paralelas se proyectan paralelas.
El recíproco no es válido para las rectas de perfil.

ENTRE RECTAS Y PLANOS: No presenta ninguna característica especial de depurado
Deberá emplearse alguna de las CNyS.

ENTRE PLANOS : Planos paralelos tienen sus trazas paralelas.
El recíproco no es válido para los planos // LT.

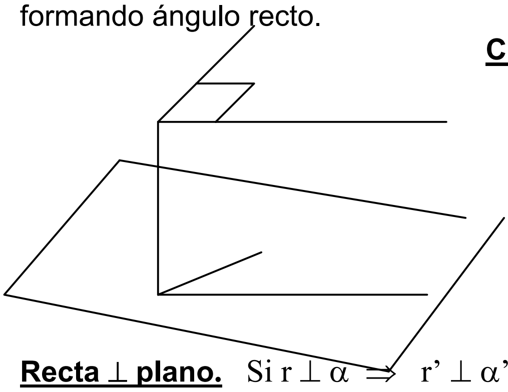
PROBLEMA: Por un punto P dado, trazar un plano β paralelo a un α dado.





PERPENDICULARIDAD:

Teorema del ángulo recto: Dos rectas perpendiculares u ortogonales, una de ellas paralela a un plano y la otra no perpendicular al mismo, se proyectan sobre éste formando ángulo recto.

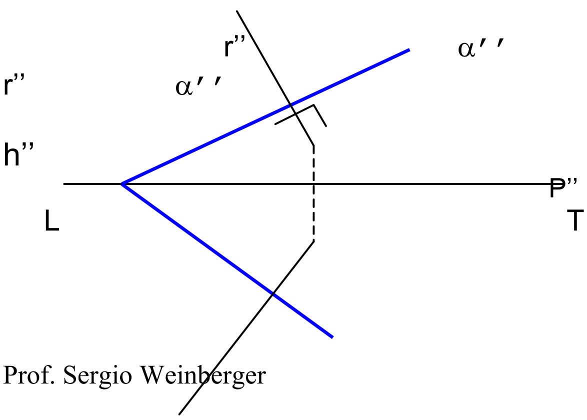


Consecuencias:

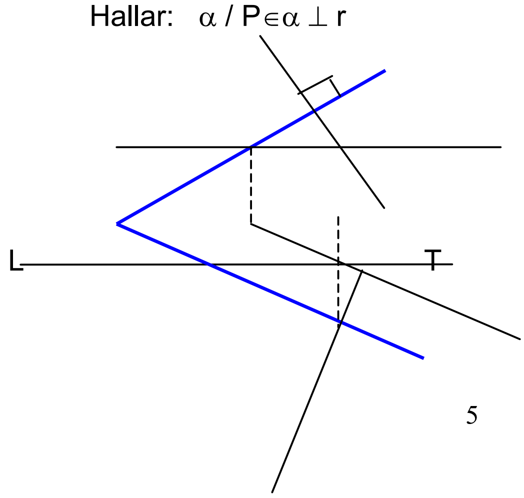
1) si a ⊥ h // PH ⇒ a' ⊥ h'
2) si a ⊥ f // PV ⇒ a'' ⊥ f''
3) si a ⊥p de perfil ⇒ a'''⊥ p'''

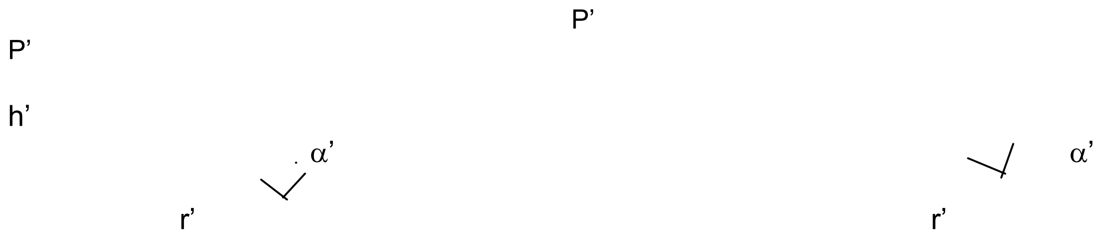
Recta ⊥ plano. Si r ⊥ α ⇒ r' ⊥ α' y r'' ⊥ α''.

Problema1: Dados : un plano α y un punto P,
Hallar: la recta r / P ∈ r ⊥ α



Problema2: Dados: r y P
Hallar: α / P∈α ⊥ r

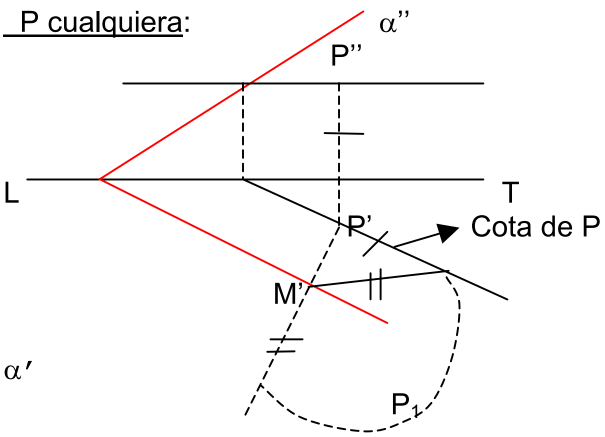




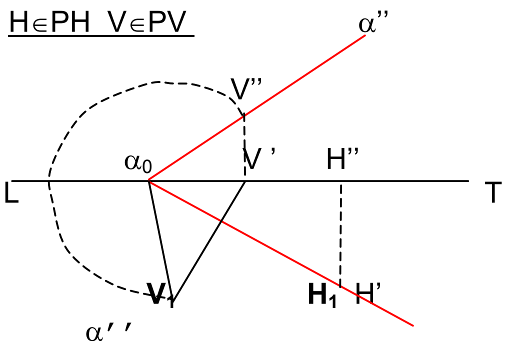
ABATIMIENTOS:

DE PUNTOS :

P cualquiera:

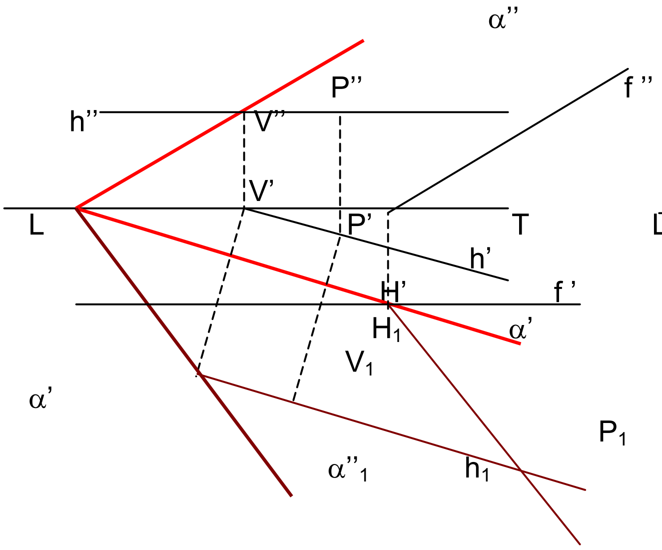


H∈PH V∈PV

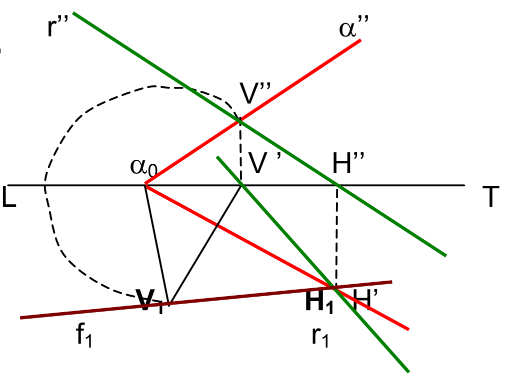


DE RECTAS:

Horizontal y frontal



r cualquiera :

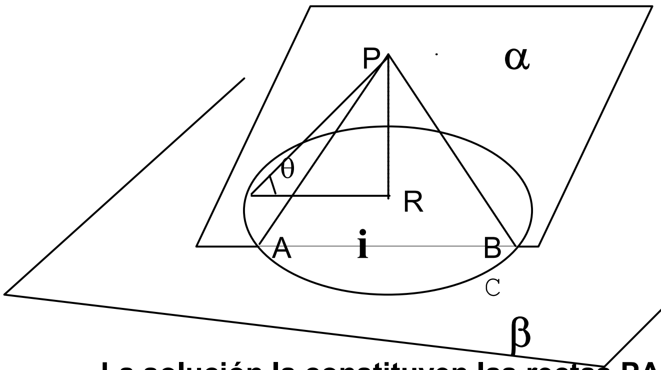


$h_1 // \alpha'$ $f_1 // \alpha''_1$

Un punto P puede ser abatido o levantado con una horizontal .
(ver figura) o cualquier otra recta.

CONDICIONES ANGULARES:

PROBLEMA1: Dados : Dos planos α, β, un punto $P\in\alpha$ y un ángulo θ
Hallar : Una recta r que pase por P, se encuentre incluida en α y forme ángulo θ con el plano β.



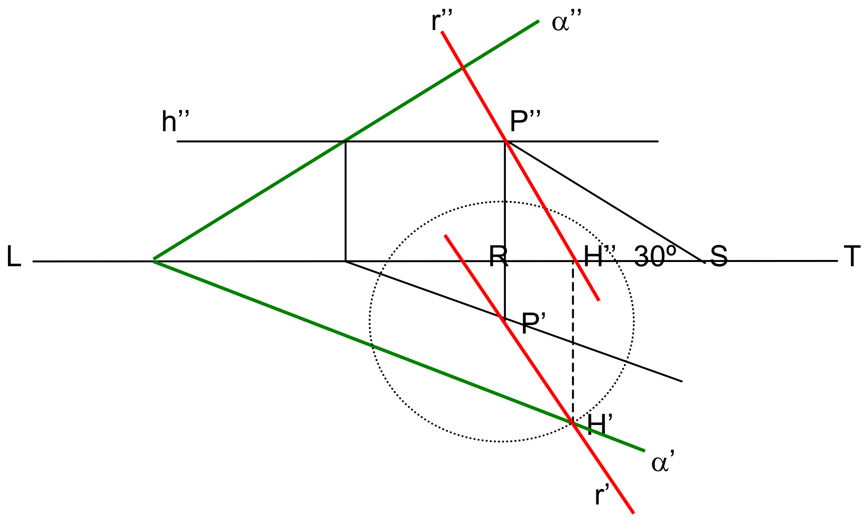
1) La intersección de la recta perpendicular por P al plano β con dicho plano, es el punto R, centro de $\mathcal{C}$.

2) Construimos el triángulo PRS conociendo: los ángulos R (recto), θ, y el cateto PR, obtenemos así SR, radio de la directriz $\mathcal{C}$

3) $\alpha\cap\beta= \mathrm{i}$, $\mathrm{i} \cap \mathcal{C} = \{A,B\}$

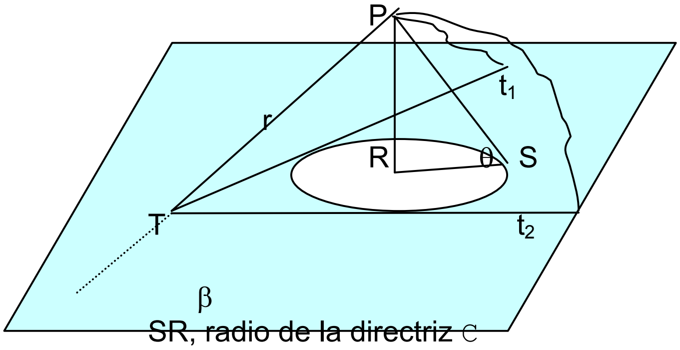
La solución la constituyen las rectas PA y PB. Podrá haber dos soluciones, una o ninguna según los cortes de i con $\mathcal{C}$.

EJEMPLO: Dado un plano α y un punto P perteneciente al mismo, hallar una recta r/ $P\in r\subset \alpha$, r forme 30º con PH.
(en este caso $\beta\equiv$PH y el ángulo θ =30º y podemos mirar la figura anterior)



En este caso la recta i es α'; intersectando la misma con C obtenemos dos puntos, (en la figura tomamos uno : H) cada uno de los cuales determina con P una solución r.

PROBLEMA2: Dados : Un plano β, una recta r, y un ángulo θ,
Hallar : Un plano α que contenga a la recta y forme un ángulo θ con el plano β



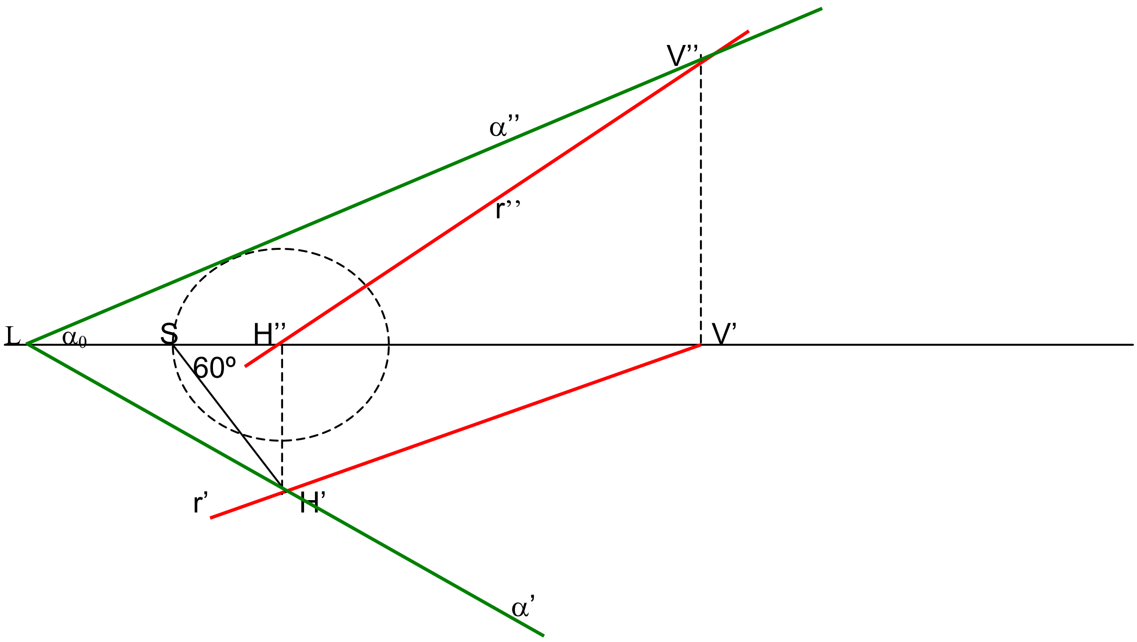
1) Siendo P un punto cualquiera de r, la intersección de la recta perpendicular por P al plano β con dicho plano, es el punto R, centro de C.

2) Construimos el triángulo PRS conociendo: los ángulos R (recto), θ, y el cateto PR, obtenemos así SR, radio de la directriz C

3) Hallamos T = r $\cap\beta$, determinando las rectas t_1 y t_2, tangentes a C por T.

La solución la constituyen los planos : α_1 =(r, t_1) y α_2 =(r, t_2) , podrá haber dos soluciones, una o ninguna según sea T exterior, perteneciente o interior a C.

EJEMPLO: Dada una recta r, hallar un plano α que contenga a la recta r y forme 60º con PV.



Hemos tomado al punto H, traza horizontal de r, como vértice del cono (H $\equiv$ P de la figura), en este caso el punto que en la figura llamamos T, es V, traza vertical de la recta r, y la tangente a la cfa. por V'' es α''(dos soluciones), al estar incluída en PV. α' fue determinada por α_0 y H'

<u>DOBLE CONDICIÓN ANGULAR:</u>

<u>PROBLEMA:</u> Dado un punto, dos planos α, β y dos ángulos θ_α y θ_β , hallar una recta r que pase por P , forme ángulos θ_α con α y θ_β con β